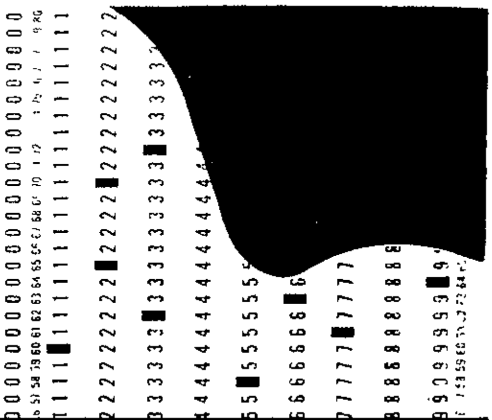

curso de

ENGENHARIA HIDROLÓGICA

hidrologia operacional

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Águas e Energia Elétrica
Associação Brasileira de Hidrologia e Recursos Hídricos

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA PARA OPERAÇÃO OTIMIZADA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

JERSON KELMAN

SUMÁRIO

1. PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA PARA OPERAÇÃO OTIMIZADA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS*

1.1. INTRODUÇÃO

Um sistema hidrotérmico de geração de energia elétrica é composto de um sistema térmico (usinas termelétricas convencionais e/ou nucleares) e de um sistema hidráulico (usinas hidrelétricas com ou sem reservatórios), ligados ao mercado consumidor por um sistema de transmissão elétrica:

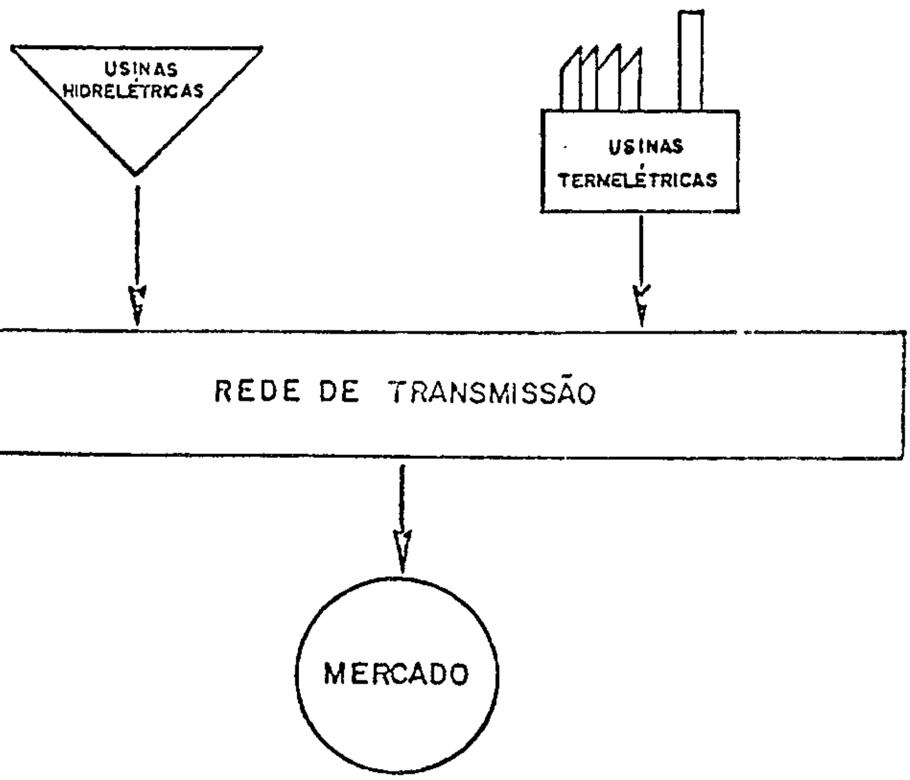

FIGURA 1 - Esquematização de um Sistema de Geração de Energia Elétrica

* Este texto foi retirado parcialmente do relatório técnico do CEPEL 424/82, "Redução de Dimensionalidade em Programação Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos", de autoria de Cláudia Cotia de Gouveia Costa, Mário Veiga Ferraz Pereira e Jerson Kelman.

O custo de operação das usinas hidrelétricas é desprezível já que são utizadas as vazões naturais dos rios para acionar turbinas acopladas a geradores elétricos que produzem energia. Por sua vez, as usinas termelétricas utilizam combustíveis para aquecer caldeiras onde se produz vapor a alta temperatura e pressão. É a expansão deste vapor que aciona as turbinas acopladas aos geradores elétricos. Os combustíveis queimados (carvão, óleo, gás, urânio) tem em geral preços altos tornando as usinas termelétricas operacionalmente onerosas.

Embora as usinas hidrelétricas tenham custo de operação desprezível, o deplecionamento de seus reservatórios deve ser cuidadosamente planejado. A aleatoriedade das vazões afluentes impede um conhecimento prévio da sequência de afluências que ocorrerá nos próximos meses. Eventualmente poderá ocorrer uma situação de afluências tão desfavoráveis que, caso não haja estoque suficiente nos reservatórios, o mercado consumidor não possa ser satisfeito nem pela geração conjunta de todas hidrelétricas e térmicas disponíveis.

Não é simples avaliar o impacto na economia do mercado consumidor ocasionado pela ocorrência de deficits no fornecimento de energia. O que é possível afirmar com certeza é que este impacto pode ser enorme, sendo portanto necessário estabelecer um nível de garantia de suprimento do mercado que deverá ser obedecido no planejamento do sistema gerador. Uma possível maneira de estabelecer este nível é considerar o deficit como se fosse uma térmica de altíssimo custo. Desta maneira, na medida em que se procura minimizar os gastos com as unidades termelétricas, os deficits de energia estarão, sempre que possível, sendo evitados.

Pode-se dizer então que o objetivo do planejamento da operação de um sistema hidrotérmico é - respeitando-se as restrições físicas de seus componentes - atender a um mercado consumidor de energia a cada instante de um período de planejamento com um certo grau de confiabilidade e a um custo esperado mínimo de operação.

Na operação de sistemas geradores hidrotérmicos deve-se então decidir, a determinados intervalos de tempo, entre produzir uma maior quantidade de energia nas usinas térmicas, e com isto incorrer em despesas com combustíveis, ou utilizar a água em estoque nos reservatórios. Na primeira alternativa, a energia potencial de origem hidráulica economizada poderá ser usada posteriormente, numa hidráulicidade desfavorável, para assegurar o atendimento da carga ou para substituir a geração das usinas térmicas mais onerosas. Entretanto, se houver abundância nos recursos hidráulicos futuros pode haver vertimento, ou seja, a água economizada estará irremediavelmente perdida para a geração. A segunda alternativa, de utilização do estoque hidráulico, atua no sentido de postergar a geração térmica o que em caso de afluências baixas futuras poderá obrigar à operação das térmicas mais dispendiosas, ou mesmo levar à ocorrência de deficits. No entanto, devido à pequena esperança de ocorrência destas afluências baixas, esta alternativa pode levar a uma economia de combustível na operação futura. Naturalmente a melhor solução se constituirá num compromisso econômico entre estas possibilidades.

Deseja-se então a determinação, ao longo do horizonte de estudo considerado, de uma política de operação para a qual o custo total esperado e atualizado de operação seja mínimo levando em consideração o nível de garantia no fornecimento de energia.

1.2. O MODELO A SISTEMA EQUIVALENTE

O problema do planejamento da operação do sistema hidrotérmico brasileiro é de grande porte além de não linear (a energia gerada em uma hidrelétrica é o produto da quantidade de água turbinada pela altura de queda) e estocástico (as vazões afluentes aos reservatórios que participam do sistema gerador são variáveis aleatórias). A conjunção desses fatores inviabiliza a aplicação de técnicas de otimização na busca de uma solução analítica. Os requisitos de memória e tempo de CPU necessários à implementação dos algoritmos são de tal maneira elevados que tornam indispensáveis várias simplificações na formulação matemática do problema:

- As usinas termelétricas com características semelhantes são reunidas em uma única classe de geração termelétrica em que a capacidade de geração e as restrições operativas são, aproximadamente, equivalentes às respectivas capacidades e restrições operativas do conjunto daquelas usinas termelétricas.

- A demanda de energia elétrica é suposta concentrada em um único local, considerando-se uma perda constante na transmissão de energia para o seu suprimento a cada instante do período de estudo.

- O Sistema Equivalente agrega as usinas hidrelétricas em um reservatório equivalente de energia. Utiliza-se energia já que uma hidrelétrica aproveita a diferença de energia potencial entre dois níveis para gerar eletricidade. Assim, não basta acumular volumes d'água no reservatório equivalente já que esta informação não é suficiente para definir as possibilidades de geração do sistema. É preciso saber como o estoque de água de cada reservatório pode ser utilizado sendo necessário, por exemplo, o conhecimento da posição relativa das usinas em cascata. A ener gia armazenada no reservatório equivalente a cada instante do período de planejamento representa, aproximadamente, o armazenamento de energia do conjunto de usinas hidrelétricas individuais.

A potência ρ_i gerada pela i-ésima usina hidrelétrica é:

$$\rho_i(\theta) = c\ \eta_i\ q\ h_i(\theta) \qquad \text{(MW)} \tag{1}$$

onde

$\theta \quad = \quad \dfrac{v}{\bar{v}_i}$

$v \quad =$ volume armazenado no reservatório (m^3)

$\bar{v}_i \quad =$ volume máximo do reservatório (m^3)

$\eta_i \quad =$ rendimento total, por simplicidade suposto independente de θ

$q \quad =$ vazão turbinada (m^3/s)

$h_i(\theta) \quad =$ queda bruta (m)

$c \quad =$ constante igual a 9.81×10^{-5} (m/s^2)

Define-se a energia armazenada no i-ésimo reservatório, como a energia gerada ao depleciona-lo totalmente, considerando afluências nulas. Isto é, a energia armazenada é o resultado da evolução do reservatório de um armazenamento inicial (por exemplo $v = v_i$) para o armazenamento final de $v = 0$.

Neste caso,

$$q = -\frac{dv}{dt} \tag{2}$$

De (1) e (2)

$$dE_i(\theta) = \rho_i(\theta)dt = -c\ \eta_i\ h_i(\theta)dv \tag{3}$$

onde

$E_i(\theta)$ = energia gerada na i-ésima usina

Portanto

$$x_i(\theta_i) = \int_{\theta_i}^{0} - c\,\eta_i\, h_i(\theta)\, \bar{v}_i d\theta$$

$$= c\bar{v}_i\, \eta_i \int_0^{\theta_i} h_i(\theta) d\theta \qquad (4a)$$

onde

$$\theta_i = \frac{v_i}{\bar{v}_i}$$

Fazendo $\alpha = \dfrac{\theta}{\theta_i}$

$$x_i(\theta_i) = c\bar{v}_i\, \eta_i\, \theta_i \int_0^1 h_i(\alpha\theta_i) d\alpha \qquad (4b)$$

onde

$x_i(\theta_i)$ = energia armazenada no i-ésimo reservatório

Numa cascata de reservatórios a energia armazenada depende tanto do estado de cada reservatório quanto da operação realizada para deplecioná-los. Para um dado estado de armazenamento, caracterizado pelo vetor $\underset{\sim}{v} = [v_1, v_2, \ldots, v_i, \ldots, v_n]$ ou alternativamente pelo vetor $\underset{\sim}{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_i, \ldots, \theta_n]$, onde n é o número de reservatórios, pode-se admitir que os reservatórios esvaziem "em paralelo". Isto é, que os reservatórios mantenham todos o mesmo percentual de volume armazenado em relação aos seus respectivos volumes iniciais. Por exemplo, se num dado instante o volume armazenado no reservatório 1 for igual a 30% de v_1, então no reservatório 2 estará armazenado 30% de v_2, e assim por diante.

Segundo esta hipótese a energia armazenada no sistema é:

$$x(\underset{\sim}{\theta}) = c \sum_{i \in R} \theta_i\, \bar{v}_i \int_0^1 \sum_{j \in J_i} \eta_j\, h_j(\alpha\theta_j) d\alpha \qquad (5)$$

onde

R = conjunto de usinas com reservatórios

J_i = conjunto de usinas em cascata a partir da usina de reservatório i, inclusive, até a última à jusante.

Em particular a energia armazenada máxima, x_{max}, é dada por

$$x_{max} = x(\underset{\sim}{1}) = C \sum_{i \in R} \bar{v}_i \int_0^1 \sum_{j \in J_i} \eta_j \, h_j(\alpha) d\alpha \qquad (6)$$

A energia afluente ao reservatório equivalente representa o valor total em energia das descargas afluentes aos vários reservatórios. O seu cálculo depende , como no caso da energia armazenada, da operação futura dos reservatórios. De forma simplificada, admite-se um conjunto de hipóteses que não serão detalhadas aqui (maiores informações são dadas por Terry et al, 1980). Vale mencionar apenas que as afluências às usinas com reservatório são diferenciadas das afluências às usinas sem reservatório, visto que neste último caso a água não pode ser estocada.

A partir deste tipo de representação do sistema hidrotérmico, a perda de rigor na modelagem é compensada pela simplificação do problema, viabilizando sua solução.

1.3. Programação Dinâmica Estocástica

Dispõe-se de um problema de decisões sequenciais em que a otimalidade da decisão tomada hoje depende do conjunto de acontecimentos futuros. Assim, uma decisão de manter o reservatório equivalente com determinado armazenamento, X deplecionando um volume W poderá ter sido acertada ou não dependendo da sequência de afluências que chegue ao reservatório e da estratégia que se utilize para sua operação.

Um algoritmo adequado para a resolução de problemas deste tipo é o da Programação Dinâmica. Dividindo-se o período de estudo em intervalos - estágios - , através de um cálculo recursivo encontra-se, para cada possível situação - estado - do sistema em estudo, a "melhor" decisão de acordo com objetivos pré-fixados. A recursão é realizada no sentido inverso do tempo, abrangendo assim as possíveis sequências de afluências e decisões em situações futuras.

A(s) variável(is) de estado deve(m) representar o sistema em estudo. No caso de operação de sistemas hidrotérmicos escolhe-se o nível do reservatório equivalente como (uma das) componente(s) do vetor de estado.

As decisões, que em cada estágio são definidas para cada um dos possíveis estados do sistema, se referem ao nível de geração térmica.

Supondo que o período em estudo seja dividido em intervalos mensais, num determinado mês k, sendo o mercado e a configuração do sistema conhecidos, o armazenamento ao fim do mês (início do próximo mês) $-x_{k+1}$ - e o eventual deficit $- D_k$ - ficam determinados quando se conhece:

- o armazenamento inicial x_k
- a afluência do mês a_k
- a decisão térmica tomada ao início do mês u_k

ou seja

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_{k+1}\ (x_k,\ a_k,\ u_k) \\ D_k &= D_k\ (x_k,\ a_k,\ u_k) \end{aligned} \tag{7}$$

Entretanto, quando a decisão térmica u_k é tomada, a afluência do mês - a_k - não é conhecida. Uma alternativa seria escolher um modelo estocástico para produzir possíveis sequências de afluências para o período de planejamento. Assim, para cada estado x_k em cada estágio k, seria tomada a decisão u_k que em média fosse menos onerosa, considerando-se as diversas sequências hidrológicas. Neste caso a afluência mensal no mês k é considerada uma variável aleatória de média μ_k e desvio padrão σ_k (Figura 2).

Porém, sabe-se que as decisões em cada estado x_k serão tanto mais acertadas quanto maior for o volume de informações utilizadas no seu cálculo. Por exemplo, para uma mesma situação de armazenamento, porém diante de perspectivas de afluências futuras muito diferentes, é natural que sejam indicadas diferentes decisões de operação térmica : caso haja esperança de altas afluências é razoável que se utilize a água em estoque para evitar gastos com térmicas; caso contrário, poderá ser mais econômico reservar o estoque para uso posterior, em situações mais desfavoráveis.

Então, uma vez selecionado o modelo estocástico de afluências, uma boa alternativa seria aproveitar informações de afluências passadas e utilizá-las explicitamente para fornecer a distribuição de probabilidades relativas às afluências possíveis no mês condicionada pelas afluências observadas anteriormente. Neste caso, a dispersão da distribuição das afluências possíveis no mês é menor (Figura 3) já que se restringe o universo de afluências futuras, admitindo-se a existência de uma "tendência hidrológica" que condiciona estas afluências.

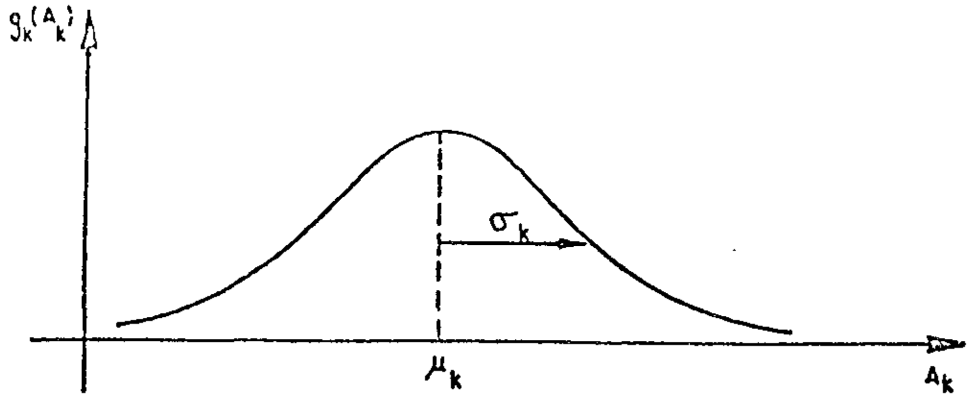

FIGURA 2 - Densidade de Probabilidade de A_k

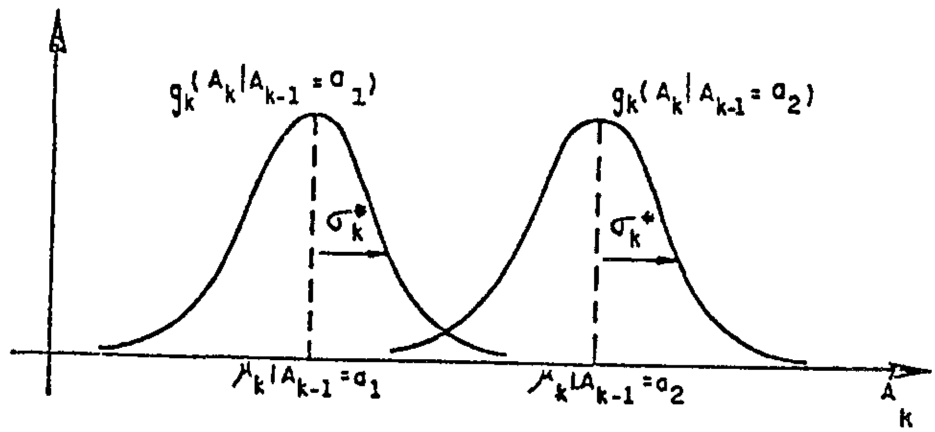

FIGURA 3 - Densidade de Probabilidade Condicionada de $(A_k/A_{k-1} = a_i)$

O cálculo da política ótima de operação consiste no confronto dos requisitos da carga com as várias possibilidades de atendimento pela geração das usinas hidráulicas com e sem reservatório e das diferentes usinas térmicas. Para tanto, o modelo emprega uma recursão de Programação Dinâmica Estocástica que utiliza explicitamente o modelo estocástico estabelecido para fornecer a distribuição de probabilidade relativa às afluências no mês condicionada pela afluência observada no mês anterior (modelo autoregressivo lag 1).

Sendo:

$$a_k = \underbrace{\frac{\rho_k\ \sigma_k}{\sigma_{k-1}}}_{b_k}\ a_{k-1} + \underbrace{\mu_k - \frac{\rho_k\ \sigma_k}{\sigma_{k-1}}\ \mu_{k-1} + \sigma_k\ \sqrt{1-\rho_k^2}\ \ \eta_k}_{\xi_k} \qquad (8)$$

onde

a_k - energia total afluente no mês k

b_k - coeficiente de regressão linear de ordem 1, relativo ao k-ésimo mês do ano

ξ_k - variável aleatória de distribuição log-normal de três parâmetros, correspondente ao k-ésimo mês do ano

η_k - variável aleatória log-normal, com média 0 e desvio padrão 1

μ_k - média das afluências no mês k

σ_k^2 - variância das afluências no mês k

ρ_k - coeficiente de correlação entre afluências do mês k e do mês k-1

Então a distribuição condicionada $g_k(A_k/A_{k-1}=a_{k-1})$ tem média μ_k^* e variância σ_k^{*2}, onde

$$\mu_k^* = \mu_k + \rho_k \left(\frac{\sigma_k}{\sigma_{k-1}}\right) \quad (a_{k-1} - \mu_{k-1}) \tag{9}$$

$$\overset{*}{\sigma}{}_k^2 = \sigma_k^2 \; (1 - \rho_k^2) \quad \sigma^2{}_k$$

Assim a afluência do mês anterior, a_{k-1}, é incorporada ao vetor de estado. Para um mês k qualquer, supondo-se que se parta de um estoque x_k e sendo a_{k-1} a afluência total do mês anterior - estado (x_k, a_{k-1}) -, sendo o mercado conhecido e uma vez escolhida a decisão térmica $u_{k,j}$, tem-se que o nível final de reserva , x_{k+1}, e a energia afluente no próprio mês, a_k, são variáveis aleatórias condicionadas por a_{k-1}. A Figura abaixo ilustra a situação:

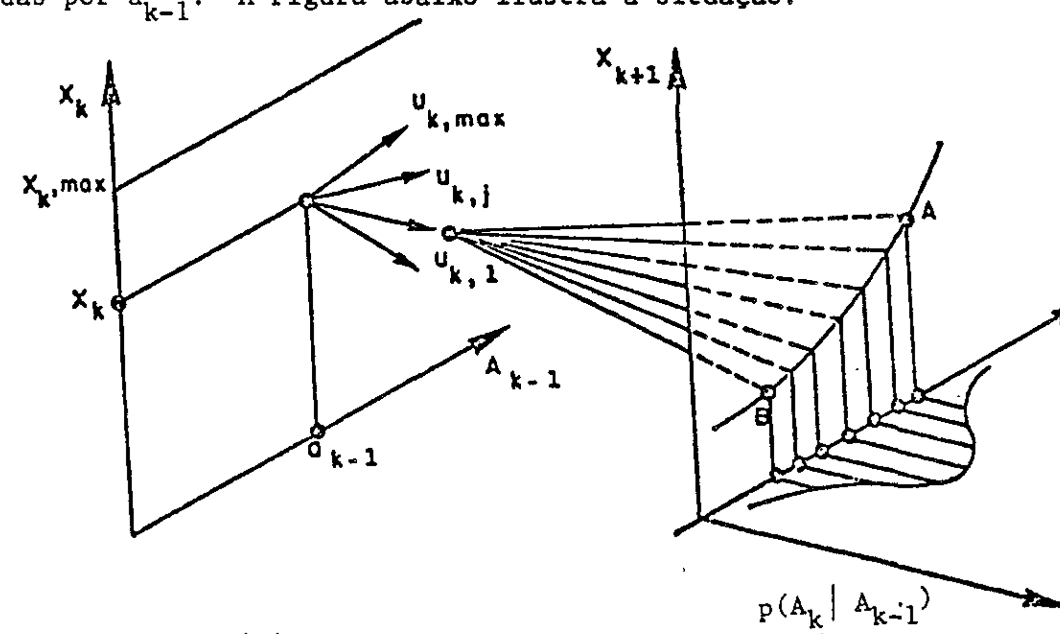

FIGURA 4 - Condicionamento de x_{k+1} e a_k pelo conhecimento de a_{k-1}

Para uma mesma decisão, ocorrendo uma afluência a_k elevada, o nível final x_{k+1} será consequentemente mais elevado (ponto A) do que o que se verifica na hipótese de uma baixa afluência (ponto B). A curva AB representa o lugar geométrico dos estados (x_{k+1}, a_k) ao fim do mês.

Supondo que se conhece, para cada estado no fim do mês, o custo de operação futura (do período atual até o fim do horizonte de planejamento) $f_{k+1}[x_{k+1}, a_k]$, o custo total atualizado e esperado no início do mês k associado ao estado é dado por:

$$c[u_{k,j}]+E_{A_k/a_{k-1}}\{\frac{1}{1+\alpha} f_{k+1}[x_{k+1}(x_k, a_k, u_{k,j}), a_k]+ d[D_k(x_k, a_k, u_{k,j})]\} \quad (11)$$

onde

$c[u_{k,j}]$	: é o custo direto de operação associado à j-ésima decisão térmica no mês k;
$d[D_k]$	: é o custo de um deficit de valor D_k;
$x_{k+1}(x_k, a_k, u_{k,j})$	: é a função de balanço direto;
$D_k(x_k, a_k, u_{k,j})$	: é a função de deficit;
$E(.)$	: é o operador "esperança matemática";
$1/\alpha$	: é o fator de desconto.

Caso os custos f_{k+1} correspondam a uma operação otimizada dos meses seguintes até o fim do horizonte de planejamento, então, aplicando-se o princípio de otimalidade da programação dinâmica, é possível determinar $f_k(x_k, a_{k-1})$, o custo esperado de operação futura a partir do mês k e do estado (x_k, a_{k-1}):

$$\begin{aligned} f_k(x_k, a_{k-1}) &= \min_j [c(u_{kj}) + E_{A_k/a_{k-1}} \{\frac{1}{1+\alpha} f_{k+1} [x_{k+1}(x_k, a_k, u_{kj}), a_k] + \\ &\quad + d[D_k(x_k, a_k, u_{kj})]\}] = \\ &= \min_j [c(u_{kj}) + \int_{-\infty}^{\infty} \{\frac{1}{1+\alpha} f_{k+1}[x_{k+1}(x_k, a_k, u_{kj}), a_k] + \\ &\quad + d[D_k(x_k, a_k, u_{kj})]\} g_k(A_k/a_{k-1})\, da_k] \end{aligned} \quad (12)$$

A expressão acima permite determinar para cada mês k a melhor decisão a ser tomada a partir de todo estado $[x_k, a_{k-1}]$ viável e o valor esperado atualizado do custo futuro associado.

Realizados os cálculos para o mês k, a recursão poderá desenvolver-se em mais uma etapa, determinando então as decisões ótimas para o mês k-1.

A recursão, feita no sentido inverso do tempo, se inicia em um mês N qualquer, suficientemente distante no futuro, com uma tabela qualquer de custos $f_N(x_N, a_{N-1})$. Suficientemente distante no sentido de que a política ótima de decisões para um futuro mais imediato seja independente desta tabela arbitrada. Isto é possível devido à aleatoriedade das afluências aliada à existência de uma taxa de atualização financeira na recursão, que tende a desvalorizar no presente os custos futuros.

Uma observação importante se refere ao critério estabelecido para determinar o nível de garantia de fornecimento de energia. O critério usualmente utilizado é a especificação indireta do nível de garantia através do estabelecimento de uma função de custos de deficits.

As variáveis envolvidas na recursão são discretizadas quando da implementação computacional. Assim, no fim do processo, dispõe-se, para cada mês k do horizonte de planejamento de uma tabela de custos futuros que fornece para cada par (x_k, a_{k-1}) considerado (fruto das discretizações das variáveis x_k e a_{k-1}) o valor esperado e atualizado do custo de operação a partir deste estado até o fim do horizonte de planejamento de acordo com a política ótima (de mínimo custo de operação obtida).

O processo de obtenção da política ótima pode ser esquematizado da seguinte maneira:

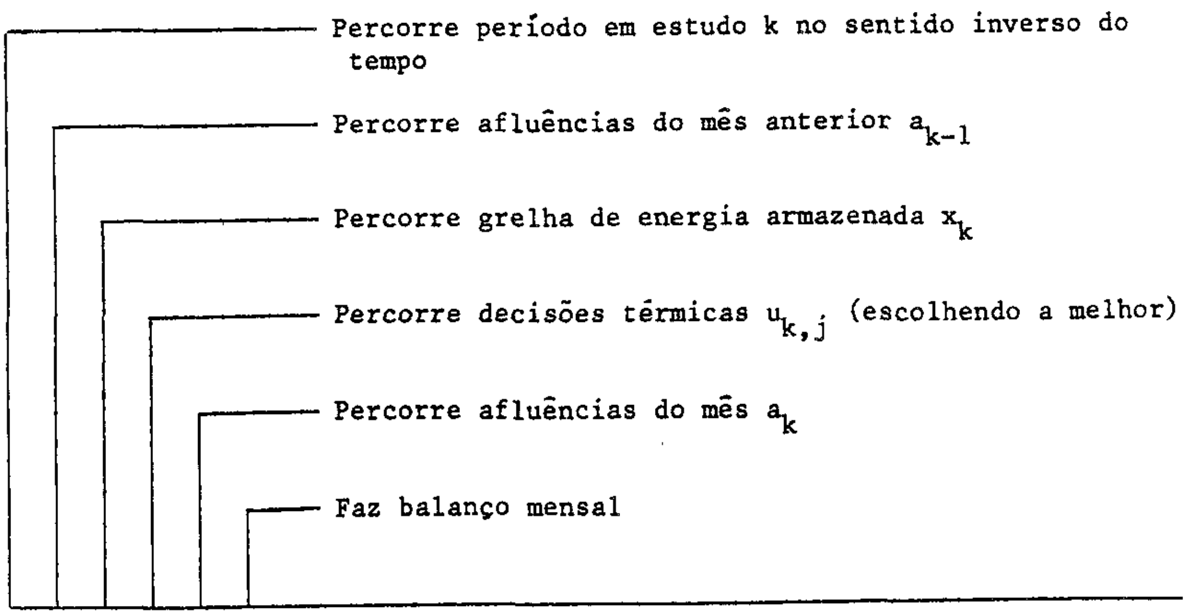

FIGURA 5 - Esquematização do Cálculo da Política Ótima de Operação

Terry, L.A. et al, "Modelo a Sistema Equivalente - Descrição Geral", Relatório Técnico CEPEL 1705/80, 1980