Capítulo 4

ALOCAÇÃO DE ÁGUA PARA PRODUÇÃO ECONÔMICA EM REGIÃO SEMI-ÁRIDA[1]

Jerson Kelman[2] e *Rafael Kelman*[3]

Uso consuntivo

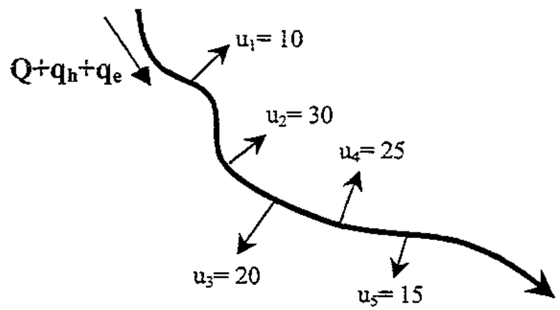
A Figura 1 mostra a situação em que 5 usuários utilizam água como insumo de processo econômico, de um mesmo trecho de rio ou canal, onde não existe reservatório com significativa capacidade de regularização. Seja u_1 a demanda por água do usuário 1, localizado no ponto mais a montante do trecho, no intervalo de tempo considerado. Analogamente, u_2, u_3,...,u_5 representam as demandas dos demais usuários, ordenados de montante para jusante. Observa-se que a demanda total no intervalo de tempo considerado é $d = \Sigma u_i = 100$ unidades volumétricas. Neste exemplo adota-se $1000 m^3$ como unidade volumétrica. O intervalo de tempo pode ser ano, mês ou dia, e será genericamente chamado de Δt. Por simplicidade, vamos admitir que não haja fluxo de retorno. Ou seja, vamos admitir que o volume captado por cada usuário é igual ao volume consumido.

[1] Trabalho apresentado no Seminário Internacional sobre a Política e as Instituições para o Gerenciamento Integrado de Recursos Hídricos, Salvador, 03 a 06/09/00, a ser publicado nos respectivos anais.

[2] Diretor da Agência Nacional de Águas - ANA MMA, e-mail: kelman@ana.gov.br

[3] Power Systems Research –PSR, e-mail: rafael@psr-inc.com

Figura 1 – cinco usuários (todos consuntivos) num trecho de rio sem reservatório



Seja $Q + q_h + q_e$ o volume de água afluindo ao trecho imediatamente a montante do usuário 1 durante o intervalo de tempo Δt. Q é chamada de "disponibilidade hídrica", para fins produtivos, q_h é chamada de "reserva hídrica para consumo humano e dessedentação de animais[4], no trecho em questão e nos situados a jusante, q_e é chamada de "reserva hídrica para a preservação do ecossistema fluvial". Esta maneira de fracionar o volume afluente é particularmente apropriada para países, como o Brasil, em que a Lei atribui prioridade, no uso da água, para estas finalidades "não-econômicas". Entretanto, a formulação é também válida para outros países, que não têm esta disposição legal, como é o caso dos EUA, bastando assumir que tanto q_h quanto q_e sejam nulos. Aliás, no restante deste texto vamos assumir por simplicidade que o volume afluente é sempre maior do que $q_h + q_e$. Isto é, vamos assumir que não faltará água para atender as necessidades básicas não-econômicas. Assim, este texto trata da distribuição de água como insumo para processo produtivo.

Naturalmente, Q é uma variável aleatória. Se "nunca" a disponibilidade hídrica for menor do que a demanda, isto é, se $P[Q<d] \approx 0$, não existe problema de alocação[5]. Trata-se de uma situação em que o modelo jurídico mais adequado segue a doutrina "ripariana": quem for proprietário de terras ribeirinhas tem direito de acesso à água. Por outro lado, se $P[Q<d] > 0$, isto é, se a probabilidade de racionamento não for desprezível, haverá situações em que um ou mais usuários não poderão ser inteiramente atendidos. Na ausência de qualquer sistema de racionamento não há como reservar água para os usos prioritários, inclusive para consumo humano. A ordem natural de prioridade de acesso será a de montante para jusante. Isto é, o usuário 2 só poderá ser atendido depois que o usuário 1 tiver retirado do rio ou canal a totalidade de seu consumo, u_1. Analogamente, o usuário 3 só poderá ser atendido depois que os usuários 1 e 2 tiverem retirado do rio ou canal a totalidade de seus consumos, u_1+u_2; e assim sucessivamente. Visto de outra maneira, a probabilidade de racionamento do usuário 1 é $P[Q<u_1]$, do usuário 2 é $P[Q<u_1+u_2]$..., do usuário 5 é $P[Q<u_1+u_2+u_3+u_4+u_5]$. Nitidamente, na ausência de afluentes no trecho considerado, como é o caso do exemplo, a probabilidade de racionamento cresce de montante para jusante. Este sistema de racionamento segue a "lei da selva hídrica", com o seguinte enunciado: *quem está a montante tudo pode; quem está a jusante que se acomode*. Trata-se de sistema desprovido de qualquer fundamento, seja de natureza jurídica, econômica ou social. É exatamente a situação que hoje se observa em muitas regiões com escassez de água de países em desenvolvimento, inclusive no semi-árido nordestino.

Em bacias onde ocorrem problemas de escassez de água, é desejável criar um sistema de prioridade de acesso fundado em alguma racionalidade. Na seqüência serão examinadas algumas alternativas. Todas elas exigem que se implemente na bacia hidrográfica um sistema de direito de uso da água e se instale os correspondentes mecanismos controle. O custo resultante, que alguns autores chamam de "custo de transação", deve ser repartido entre todos os usuários. O razoável seria cobrar de cada usuário uma contribuição proporcional à demanda. Isto é, cada usuário i deve contribuir com parcela igual a $\beta\, u_i$, onde β é o preço unitário do direito de uso da água, para efeito da manutenção do sistema administrativo e de controle.

Usualmente, a primeira idéia que aparece, quando se discute alternativas para a diminuição do uso da água em situações de escassez, é assumir o sistema de racionamento linear. Nesta alternativa, cada usuário teria efetiva utilização da água proporcional à demanda pretendida e está sujeito a uma probabilidade de racionamento idêntica à dos demais usuários. Por exemplo, se Q=80, o consumo de cada usuário seria reduzido em 20%. Trata-se de sistema de racionamento com racionalidade jurídica, fácil de ser enunciado e entendido. No entanto, difícil de ser implementado, por depender de metodologia de controle muito sofisticada. Isto é, o valor de β seria muito elevado.

No oeste dos EUA, adota-se desde o século XIX um sistema de racionamento de baixo custo de transação (β pequeno) baseado na "doutrina de apropriação", ou "cronológica". Neste sistema, a prioridade de uso, em caso de racionamento, é maior para quem utiliza água há mais tempo, segundo outorga dada pelo respectivo Governo Estadual. Tudo se passa como se os usuários estivessem dispostos em "fila indiana". Qualquer ocupante da "fila" tem prioridade sobre os demais usuários que lhe ficam atrás. Trata-se procedimento de simples controle pelos próprios usuários, o que explica o baixo valor para β. A outorga se caracteriza pela demanda[6] e pela data reconhecida de início de

[4] Não confundir consumo humano com consumo urbano. Incluem-se entre as parcelas de consumo urbano algumas parcelas que nada têm a ver com consumo humano, como por exemplo a rega de jardins, bem como lavagem de carros e de calçadas.

[5] P["evento"] significa probabilidade de que o "evento" ocorra. No caso específico, o "evento" é "a ocorrência de uma seca operacional, caracterizada por disponibilidade hídrica inferior à demanda". Quando esta probabilidade é quase igual a zero, trata-se de situação com fartura de água. Quando é significativamente maior que zero, por exemplo maior do que 0,05, trata-se de situação com escassez de água, típica de região semi-árida.

[6] Nos EUA a unidade volumétrica mais adotada é o acre-foot, que corresponde ao volume contido num paralelepípedo, com base de um acre e altura de um pé. Neste artigo adotaremos a unidade volumétrica 1000 m3, que corresponde a um cubo com 10 metros de aresta.

operação. Em anos recentes, outorgas têm sido comercializadas em "mercados de água". Na maior parte dos rios, os Governos Estaduais já não emitem novas outorgas porque o risco de racionamento do usuário com direito mais "júnior" (último lugar na "fila") seria acima do tolerável para qualquer atividade econômica. Portanto, no oeste dos EUA, o binômio direito de utilização de uma quantidade de água e sua correspondente prioridade é propriedade privada, sem vinculação com a posse da terra.

Suponhamos que a data do início da utilização da água por parte dos usuários da Figura 1, seja dada pela terceira coluna (por simplicidade, apresenta-se apenas o ano de início de utilização) da Tabela 1. A quinta coluna indica qual seria a ordem de prioridade, segundo este sistema de racionamento.

Tabela 1- Dois sistemas de definição de prioridades

Usuário i	Demanda u_i ($1000m^3$)	Data da Outorga	Prioridade de Acesso à Água	
			"Lei das Selvas"	"Cronológico"
1	10	1961	1	3
2	30	1932	2	1
3	20	1975	3	4
4	25	1980	4	5
5	15	1955	5	2
	$d = 100$			

Trata-se de sistema de racionamento dotado de racionalidade jurídica e de simples implementação. Por exemplo, se na tomada de água do usuário 5 não estiver passando 15 ou mais unidades volumétricas no intervalo de tempo considerado (sua demanda), e se qualquer um dos usuários com menos prioridade (usuários 1, 3 e 4) estiver utilizando água livremente, tudo o que o usuário 5 tem que fazer é acionar o agente responsável pelo controle, o "water commissioner", para fazer valer seu direito. O "water commissioner" tem a prerrogativa de acionar as estruturas hidráulicas que controlam os fluxos de água.

Como no caso do sistema de racionamento baseado na "lei das selvas", a adoção do método "cronológico" também resulta numa probabilidade de racionamento diferente para cada usuário. No exemplo, a probabilidade de racionamento do usuário 1 é $P[Q<u_2+u_5+u_1]$, do usuário 2 é $P[Q< u_2]$..., do usuário 5 é $P[Q< u_2+u_5]$. Nitidamente, a probabilidade de racionamento é maior para usuários com outorgas de direitos de usos mais recentes.

Em países onde não se estabeleceu um registro de outorga de uso da água, seria possível efetuar uma alocação inicial do direito de uso e das respectivas prioridades através de um leilão. Por exemplo, o poder outorgante poderia limitar a demanda pretendida total d de tal maneira que a probabilidade de algum racionamento fosse, por exemplo, de 5%. Isto é, a demanda total d seria escolhida de tal maneira que $P[Q<d]=0{,}05$. Esta demanda total seria então dividida em k parcelas, cada uma correspondendo a d/k unidades volumétricas, com prioridade variando de 1 a k. Naturalmente, as parcelas com mais alta prioridade seriam leiloadas por valores superiores aos das parcelas com menos prioridade. O risco desta alternativa é de que alguns usuários dos setores mais informados acabem por se assenhorar de parcelas de água superiores às suas reais necessidades, apenas para fins especulativos de longo prazo. Foi o que fez o setor elétrico do Chile, na década de 1990[7].

Uma alternativa para preservar a simplicidade da metodologia de racionamento adotado no oeste dos EUA - modelo "fila indiana" – e evitar o risco do leilão único, seria a realização de leilões anuais, organizados pelo poder outorgante, para conceder com prazo de um ano o direito de utilização da água para uso como insumo para processo produtivo, já descontada a parcela a ser reservada para consumo humano e dos animais.

O leilão pode ser substituído, com vantagens, por um sistema em que cada usuário **declare** ao poder outorgante a sua demanda e o seu benefício líquido unitário, por exemplo em $/1000m³. O benefício líquido unitário é o lucro que o usuário estima ter devido à utilização de uma unidade volumétrica de água no intervalo de tempo considerado, assumindo que esta água não tenha custo, descontados todos os demais custos (inclusive β). A prioridade de acesso à água se estabelece na ordem inversa deste benefício unitário. Continuando o exemplo anterior, a quarta coluna da Tabela 2 mostra os benefícios unitários enquanto a sétima coluna mostra as correspondentes prioridades, segundo este sistema, doravante chamado de "benefício".

Tabela 2- Três sistemas de definição de prioridades

Usuário i	Demanda u_i ($1000m^3$)	Data da Outorga	Benefício Unitário b_i ($/1000m³)	Prioridade de Acesso à Água		
				"Lei das Selvas"	"Cronológico"	"Benefício"
1	10	1961	5	1	3	4
2	30	1932	7	2	1	3
3	20	1975	10	3	4	1
4	25	1980	8	4	5	2
5	15	1955	3	5	2	5
	$d = 100$					

[7] No Chile foi feito um leilão para distribuição inicial dos direitos de uso de água. Entretanto, não foi feita diferenciação quanto à hierarquia de acesso à água por ocasião de racionamentos. Isto é, o Chile adotou implicitamente um sistema de racionamento de tipo "linear".

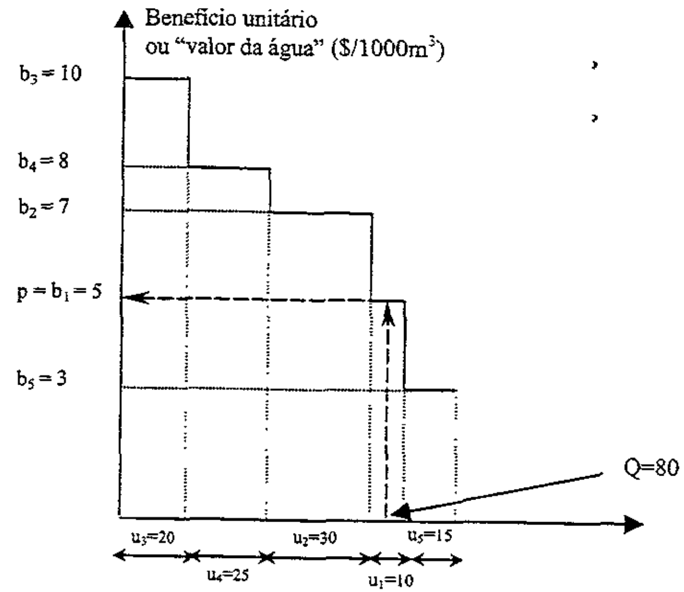
O benefício unitário b_i é o máximo preço da água que o usuário i estaria disposto a pagar para não ser racionado. Trata-se de preço unitário que só será praticado em situação de racionamento, em adição ao preço unitário de manutenção e controle β. Se o preço unitário de racionamento da água p ultrapassar o benefício unitário, seria preferível sofrer racionamento. Por exemplo, se p = \$6/1000m³, o usuário 1 prefere sofrer racionamento e deixar de lucrar \$5/1000m³ do que pagar os \$6/1000m³ para não ser racionado. Por outro lado, o usuário 2 prefere pagar os \$6/1000m³ para não ser racionado do que deixar de lucrar \$7/1000m³.

No sistema de racionamento "benefício", a probabilidade de racionamento do usuário 1 é $P[Q<u_3+u_4+u_2+u_1]$, do usuário 2 é $P[Q<u_3+u_4+u_2]$..., do usuário 5 é $P[Q<u_3+u_4+u_2+u_1+u_5]$. Nitidamente, a probabilidade de racionamento é maior para usuários que conseguem menor benefício econômico com o uso da água.

O preço da água para todos os usuários não racionados é igual ao benefício unitário do usuário que sofre racionamento parcial, chamado de "usuário limite". Trata-se do último usuário da "fila indiana" organizada segundo prioridades estabelecidas na ordem dos benefícios unitários. Os demais usuários, com prioridade de acesso inferior ao do usuário limite, sofrem racionamento e nada pagam.

A figura abaixo ilustra o conceito para o caso em que a disponibilidade hídrica é Q=80. Observa-se neste exemplo que o usuário limite é o usuário 1, resultando num preço unitário da água em regime de racionamento para todos usuários não racionados igual a $p = b_1 =$ \$5/1000m³. Os usuários 3, 4 e 2 não sofrem qualquer racionamento. O usuário 1 sofre racionamento parcial e o usuário 5 sofre racionamento total. Todos os não racionados pagam \$5/1000m³. Conforme seria de se esperar, o preço unitário da água em regime de racionamento varia inversamente com a disponibilidade hídrica. No limite, quando $Q>d$, este preço é nulo.

Figura 2 - determinação do preço da água em regime de racionamento



A Figura 2 também pode ser vista como o gráfico que representa a variação do valor da água com a disponibilidade hídrica. "Valor da água" é o maior benefício unitário que se consegue produzir caso a disponibilidade hídrica aumente de uma unidade volumétrica (no exemplo, 1000m³).

Para efeito de demonstração, as tabelas a seguir mostram a alocação da água entre os usuários e os resultados econômicos, para cada um dos quatro sistemas de racionamento descritos, na hipótese de Q = 80.

Tabela 3: "Lei das Selvas"

Usuário i	Prioridade	Benefício Unitário b_i (\$/1000m³)	Demanda u_i (1000m³)	Volume Atendido q_i (1000m³)	Benefício Econômico b_iq_i (\$)	Custo da água pq_i (\$)	Resultado (Benefício – Custo) (\$)
1	1	5	10	10	50	0	50
2	2	7	30	30	210	0	210
3	3	10	20	20	200	0	200
4	4	8	25	20	160	0	160
5	5	3	15	0	0	0	0
Total			$d = 100$	Q = 80	620	0	620

Tabela 4: "Linear"

Usuário i	Prioridade	Benefício Unitário b_i ($/1000m³)	Demanda u_i (1000m³)	Volume Atendido q_i (1000m³)	Benefício Econômico b_iq_i ($)	Custo da água pq_i ($)	Resultado (Benefício – Custo) ($)
1	-	5	10	8	40	0	40
2	-	7	30	24	168	0	168
3	-	10	20	16	160	0	160
4	-	8	25	20	160	0	160
5	-	3	15	12	36	0	36
Total			$d = 100$	$Q = 80$	564	0	564

Tabela 5: "Cronológico"

Usuário i	Prioridade	Benefício Unitário b_i ($/1000m³)	Demanda u_i (1000m³)	Volume Atendido q_i (1000m³)	Benefício Econômico b_iq_i ($)	Custo da água pq_i ($)	Resultado (Benefício – Custo) ($)
1	3	5	10	10	50	0	50
2	1	7	30	30	210	0	210
3	4	10	20	20	200	0	200
4	5	8	25	5	40	0	40
5	2	3	15	15	45	0	45
Total			$d = 100$	$Q = 80$	545	0	545

Tabela 6: "Benefício Econômico"

Usuário i	Prioridade	Benefício Unitário b_i ($/1000m³)	Demanda u_i (1000m³)	Volume Atendido q_i (1000m³)	Benefício Econômico b_iq_i ($)	Custo da água pq_i ($)	Resultado (Benefício – Custo) ($)
1	4	5	10	5	25	25	0
2	3	7	30	30	210	150	60
3	1	10	20	20	200	100	100
4	2	8	25	25	200	125	75
5	5	3	15	0	0	0	0
Total			$d = 100$	$Q = 80$	635	pQ=400	235

Observa-se que a aplicação do sistema de racionamento baseado no benefício econômico resulta, como era de se esperar no máximo valor total para o benefício econômico. Entretanto, uma parte deste benefício é "coletivizada" por conta da cobrança pelo uso da água em situação de racionamento, que é proporcional ao volume atendido. Esta cobrança, que só ocorre durante um racionamento, não deve ser confundida com a cobrança pelo uso da água para fins administrativos e de controle (preço unitário β), que ocorre com ou sem racionamento e é proporcional à demanda.

A arrecadação total do órgão gestor com a cobrança em regime de racionamento, que no exemplo iguala $400, pode ser aplicada em investimentos, custeio de atividades ou compensações financeiras que sejam do interesse coletivo dos usuários, segundo decisão tomada no âmbito da associação de usuários ou do comitê de bacia hidrográfica. No quesito "compensação financeira", particular atenção deve ser dada aos usuários racionados, que em geral são os mais frágeis economicamente. Em países em desenvolvimento, esta compensação tem o mérito de evitar um inchamento ainda maior dos aglomerados humanos no entorno das grandes cidades, formado basicamente pelo que resta das famílias de ex-lavradores. Um critério razoável seria a distribuição da compensação entre todos os usuários, de forma que o resultado alcançado por cada usuário se constitua numa fração, igual para todos, racionados e não racionados, do respectivo máximo resultado potencial b_iu_i. Este máximo resultado potencial é o valor do resultado que o usuário i estima alcançar numa situação em que não haja racionamento. No caso em que a totalidade da arrecadação seja restituída aos usuários segundo este critério, a compensação do usuário i deve ser igual a γ_i, a ser calculada pelo seguinte conjunto de equações:

$$\gamma_i + (b_i - p)q_i = \alpha\, b_i u_i, \text{ para todo } i \qquad (1)$$

Somando-se as equações acima para todos os usuários i resulta em

$$pQ + \Sigma\, (b_i - p)q_i = \alpha\, \Sigma\, b_i u_i \qquad (2)$$

Logo

$$\alpha = \Sigma\, b_i q_i \,/\, \Sigma\, b_i u_i \qquad (3)$$

Para o exemplo, $\alpha = 0{,}9$. Isto quer dizer que o resultado de cada usuário, na situação de racionamento, igual a 90% do que seria o resultado sem racionamento. Muito melhor do que seria alcançado pelo método linear aplicado a volumes, cujo resultado seria apenas de 80%. A tabela a seguir apresenta os resultados econômicos para o sistema de racionamento baseado no benefício econômico, já considerando as compensações financeiras.

Tabela 7: "Benefício Econômico" com Compensações Financeiras

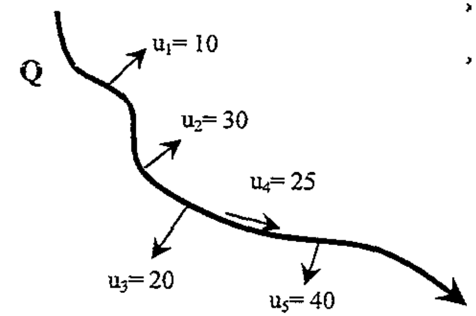
Usuário i	Prioridade	Benefício Unitário b_i ($/1000m³)	Demanda u_i (1000m³)	Volume Atendido q_i (1000m³)	Benefício Econômico b_iq_i ($)	Custo da água pq_i ($)	Comp. Financeira γ_i ($)	Resultado ($)
1	4	5	10	5	25	25	45	45
2	3	7	30	30	210	150	129	189
3	1	10	20	20	200	100	80	180
4	2	8	25	25	200	125	105	180
5	5	3	15	0	0	0	41	41
Total			$d = 100$	Q = 80	635	pQ=400	400	635

Observa-se que a soma dos resultados é máxima e que os racionados não são deixados de fora. Ao contrário, participam da bonança. Naturalmente, se um usuário for sistematicamente racionado ano após ano, algo deverá ser feito para que ele não continue a se beneficiar de riqueza produzida pelos demais usuários. Para isto, basta que a Lei faça caducar qualquer outorga sem utilização por, digamos, 3 anos seguidos.

Uso não consuntivos

A Figura 3 mostra a situação em que um dos usuários, o de número 4, não consome água no processo produtivo (por isto é chamado de usuário não consuntivo), mas que necessita que exista água no rio para que possa atingir a plenitude de sua produção. Este usuário pode ser, por exemplo, uma usina hidroelétrica a fio de água, uma empresa de navegação, uma empresa de aquicultura ou uma empresa de recreação. Nestas três últimas possibilidades, seria necessário assegurar uma profundidade mínima e, por conseguinte, uma vazão mínima. Suponhamos que a necessidade do usuário 4 no intervalo Δt seja igual a $u_4 + q_h + q_e$. Recorde-se que a parcela $q_h + q_e$ já é assegurada pela legislação para abastecimento humano, dessedentação dos animais e preservação do ecossistema fluvial. Portanto, é do interesse do usuário 4 garantir que $Q-q_1-q_2-q_3$ seja maior do que u_4. Para que a demanda consuntiva total permaneça a mesma do exemplo anterior (d =100), aumenta-se a demanda do usuário 5 de u_5=15 para u_5=40.

Figura 3 - cinco usuários (um não consuntivo) num trecho de rio sem reservatório



Há quem imagine que usuários não-consuntivos estão dispensados de entrar na disputa pela água, em situação de racionamento, exatamente porque não consomem água. O exemplo em pauta serve para demonstrar o equívoco deste conceito. Suponhamos que o usuário 4 seja uma usina hidroelétrica "carona" que decide não participar do esforço coletivo para alocação ótima da água. Neste caso, o usuário 4 sai da lista, sobrando os usuários 1, 2, 3 e 5. Por conseqüência, todo o racionamento concentra-se no usuário 5, que tem a última prioridade. Consequentemente o preço da água é igual a b_5= $3/1000m³. O volume atendido dos usuários a montante do usuário 4 é, neste caso, igual a $q_1+q_2+q_3$ = 60. Portanto, no intervalo de tempo considerado só passa no rio, em frente ao usuário 4, um volume igual a 80-60=20 unidades volumétricas. Assim, o usuário 4 tem um resultado igual a $b_4q_4 = 8 \times 20$ = $160. A Tabela 8 mostra os cálculos para este caso. A linha correspondente ao usuário 4 é mostrada apenas por conveniência. Entretanto, os totais da última coluna são calculados ignorando a participação do usuário 4 na bacia. Observa-se que o resultado total na bacia, incluindo o usuário 4 seria 160 + 520 = $680.

Tabela 8: "Benefício Econômico" com Compensações Financeiras Usuário Não-Consuntivo é " Carona"

Usuário i	Prioridade	Benefício Unitário b_i ($/1000m³)	Demanda u_i (1000m³)	Volume Atendido q_i (1000m³)	Benefício Econômico b_iq_i ($)	Custo da água pq_i ($)	Comp. Financeira γ_i ($)	Resultado ($)
1	3	5	10	10	50	30	25	45
2	2	7	30	30	210	90	68	188
3	1	10	20	20	200	60	39	179
4	-	8	[25]	[20]	160	-	-	160
5	4	3	40	20	60	60	108	108
Total			$d = 100$	Q = 80	520	pQ=240	240	520

Observação: [volume] significa demanda volumétrica ou volume atendido no rio, não implicando em uso consuntivo.

Suponhamos que o usuário 4 resolva se integrar ao esforço dos demais usuários no sentido de alocar a água de maneira coletivamente mais eficiente. Neste caso, ele tem um interesse comum com os usuários que lhe ficam a jusante, em contraposição aos usuários que lhe ficam a montante. Sua melhor estratégia é fazer uma coalizão com o usuário a jusante que esteja melhor classificado na lista de prioridades. No exemplo não há escolha porque apenas o usuário 5 localiza-se a jusante do usuário 4. Os dois juntos têm benefício igual a $b_4 + b_5 = \$11$ para cada $1000m^3$ que chegue ao usuário 5, limitado a 25 unidades volumétricas. Assim, formada a coalizão, o "usuário 4&5" passa a ser o mais prioritário. Isto quer dizer que o consumo total a montante do usuário 4, fica limitado a 80 - 25 = 55 unidades volumétricas, enquanto a demanda acumulada para este subconjunto de usuários é igual a 60 unidades volumétricas. Portanto 60 - 55=5 unidades volumétricas devem ser racionadas de algum usuário que se localize a montante do usuário 4. Dentre estes, o pior colocado na lista de prioridades é o usuário 1. As outras 15 unidades volumétricas podem ser racionadas tanto a montante quanto a jusante do usuário 4. O último da lista de prioridades corresponde à parte do consumo do usuário 5 que excede as necessidades da coalizão 4&5. A tabela a seguir mostra a alocação da água nesta situação, em que a usina hidroelétrica a fio d'água é "participativa".

Tabela 9: "Benefício Econômico" com Compensações Financeiras Usuário Não-Consuntivo é "Participativo"

Usuário i	Prioridade	Benefício Unitário b_i ($/1000m³)	Demanda u_i (1000m³)	Volume Atendido q_i (1000m³)	Benefício Econômico b_iq_i ($)	Custo da água pq_i ($)	Comp. Financeira γ_i ($)	Resultado ($)
1	3	5	10	5	25	25	46	46
2	2	7	30	30	210	150	131	191
3	1	10	20	20	200	100	82	182
4&5	1	11	25	25	275	125	100	250
5	4	3	15	0	0	0	41	41
Total			$d = 100$	Q = 80	710	pQ=400	400	710

Observação: 4&5 simboliza uma coalizão entre usuário 4 e 5, em que a posição na lista de prioridades depende da soma dos benefícios unitários dos dois usuários.

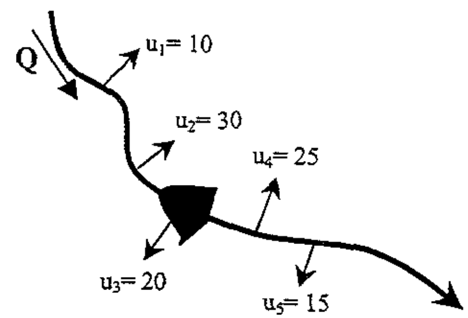
Comparando as Tabelas 8 e 9, observa-se que o resultado total na bacia, incluindo o usuário 4 sobe de $680 para $710. Numericamente, neste exemplo, esta diferença não é muito impressionante. Mas em casos reais esta diferença pode ser bem significativa. O "ganho" resulta unicamente de uma melhor utilização da água, já que cada um dos usuários 1, 2 e 3, individualmente, têm um resultado maior no caso condensado pela Tabela 9 do que no caso condensado pela Tabela 8. Resta ainda desagregar o resultado da coalizão 4&5 que, naturalmente deverá ser feita proporcionalmente a b_4 e b_5. Isto é, a parte do usuário 4 é $\frac{8}{3} \times 250 = 182$ e a do usuário 5 é $\frac{3}{3} \times 250 = 68$.

O resultado do usuário 5, considerando o uso da água feito em coalizão com o usuário 4 e o uso individual é igual a 41 + 68 = 109. Portanto, todos os usuários ficam melhor servidos quando a usina hidroelétrica a fio d'água resolve participar da alocação, particularmente ela própria, que no exemplo melhora de um resultado de $160 para $182.

Generalização

A Figura 4 mostra a situação em que 5 usuários utilizam água como insumo de processo econômico, inclusive abastecimento urbano, de um mesmo trecho de rio ou canal, onde existe um reservatório com significativa capacidade de regularização. Como se observa, o usuário 3 capta água nas margens do lago, os usuários 1 e 2 ficam a montante do lago e os usuários 4 e 5 ficam a jusante.

Figura 4 - cinco usuários num trecho de rio com reservatório



Neste exemplo, os usuários são os mesmos da Figura 1. Eles disputam o mesmo recurso escasso, que é a disponibilidade de água no reservatório. Os usuários 1 e 2 subtraem água que chegaria ao reservatório; o usuário 3 retira água do próprio reservatório; o atendimento aos usuários 4 e 5 só pode ser feito se o reservatório liberar a quantidade de água que se fizer necessária. Quanto maior for a utilização de água no presente intervalo de tempo, maior será a probabilidade de racionamentos futuros para os usuários de jusante, devido ao esvaziamento do reservatório.

A água que se retira do reservatório para uso imediato é mais valiosa quando o reservatório está vazio do que quando está cheio. A expressão para o valor da água como função do estoque de água no reservatório pode ser derivada perguntando-se, para cada nível de estoque, qual a variação do produto interno bruto da bacia hidrográfica devido ao acréscimo de uma unidade volumétrica no estoque. Em termos matemáticos, trata-se da derivada parcial da função de produção da bacia em função do estoque de água. Pode-se demonstrar que o produto interno bruto da bacia é maximizado quando se igualam preço e valor da água

A alocação de água entre os usuários depende da decisão quanto à variação do estoque de água no reservatório. Depende também que se conheça a disponibilidade hídrica Q, que por sua vez depende de como tenham sido aproveitadas as disponibilidades hídricas a montante do trecho de rio em foco.

Nesta etapa, convém que o equacionamento seja generalizado para representar complexos casos de bacias hidrográficas, formadas por muito trechos de rios e com a existência de reservatórios. Já que vamos generalizar, convém também que se admita o caso em que a vazão captada por qualquer usuário não seja inteiramente consumida. Representa-se a bacia hidrográfica por um conjunto de arcos e nós. Os arcos correspondem a trechos de rio e os nós a pontos notáveis, tais como confluência de rios ou localização de reservatórios.

Vamos convencionar que cada usuário i de recursos hídricos se caracterize por quatro informações:

a) quantidade de água que pretende captar u_i, na unidade de tempo Δt;

b) coeficiente de consumo φ_i;

c) o nó de captação;

d) o nó de restituição.

Para o exemplo da Figura 1, a representação esquemática seria feita por apenas dois nós e um arco, como mostra a Figura 5. Todos cinco usuários captam no nó 1 e têm coeficiente de consumo φ_i=1. O nó de restituição é irrelevante neste caso, já que toda água é consumida. Já para o exemplo da Figura 4, haveriam três nós, conforme representação da Figura 6. O nó 2 representa o reservatório.

Figura 5 - Representação por nós e arcos da Figura 1

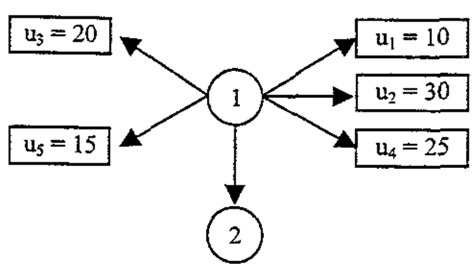
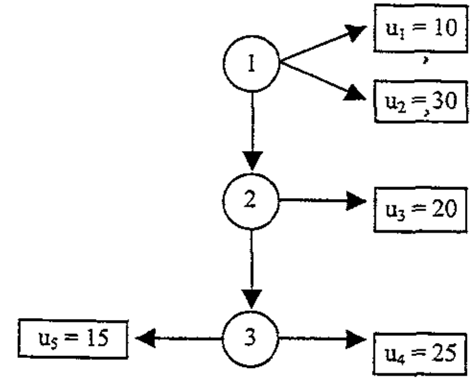


Figura 6 - Representação por nós e arcos da Figura 4



Cada nó k se caracteriza por:

a) conjunto dos nós que ficam imediatamente a montante, M(k);

b) conjunto de usuários que nele captam água, Ω(k);

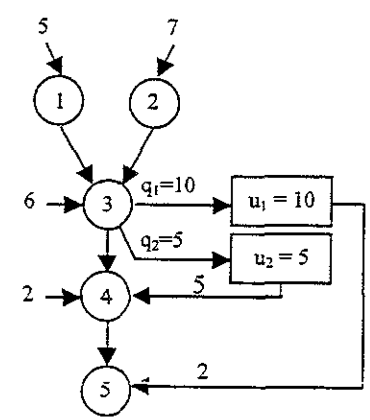
c) conjunto de usuário que nele restituem água ψ(k);

d) volume útil do reservatório, vu(k).

Nos nós em que não existam reservatórios (nós 1 e 3 da Figura 6), o "volume útil do reservatório" é nulo.

A Figura 7 mostra um caso mais geral. O usuário 1 deseja captar u_1=10 unidades volumétricas no nó 3. Como existe disponibilidade hídrica, a quantidade de água efetivamente captada é q_1=10. Este usuário restitui 2 unidades volumétricas no nó 5. Portanto, seu coeficiente de consumo é $\varphi_1 = \frac{10-2}{10} = 0{,}8$. Já o usuário 2 deseja, e consegue, captar u_2=5 unidades volumétricas no nó 3. Como restitui as mesmas 5 unidades volumétricas no nó 4, trata-se de um usuário não-consuntivo, tipicamente uma usina hidroelétrica a fio de água, com coeficiente de consumo φ_2=0.

Figura 7 - Representação por nós e arcos de um caso geral



No caso que o nó k tenha um reservatório, a água poderá ser estocada ou desestocada. Seja vi(k) e vf(k) respectivamente o volume inicial e final do reservatório, ao longo do intervalo Δt. O reservatório pode ser visto como um comerciante que "compra" água por baixo preço quando a oferta é abundante, no período úmido, para vendê-la por alto preço quando a oferta é escassa, no período seco. Seja p(.) o preço unitário de compra ou de venda de água por parte do "nó reservatório k", que depende do estoque inicial vi(k). Naturalmente, quanto maior for vi(k), menor será p(vi(k)). Em cada Δt a alocação ótima da água é obtida quando se resolve o seguinte problema de programação linear.

$$\text{Max} \quad \sum_i b_i q_i + \sum_k [vi(k) - vf(k)] \times p(vi(k))$$

sujeito a

$$vi(k) + a(k) + \sum_{j \in M(k)} e(j) + \sum_{i \in \Psi(k)} [(1-\varphi_i) q_i] = vf(k) + e(k) + \sum_{i \in \Omega(k)} q_i \quad \text{para cada nó k}$$

$e(k)^{3}0$

$vu(k)\ ^{3}\ vf(k)\ ^{3}\ 0$

$u_i\ ^{3}\ q_i$

onde

u_i = volume pretendido pelo usuário i no intervalo Δt

q_i = volume alocado ao usuário i no intervalo Δt

b_i = renda líquida unitária ($\$/1000m^3$)

vi(k) = volume inicial do reservatório localizado no nó k

vf(k) = volume final do reservatório localizado no nó k

vu(k) = volume útil do reservatório localizado no nó k

p(vi(k)) = preço da água no nó k ($\$/1000m^3$)

a(k) = contribuição volumétrica incremental entre o nó k e os nós que lhe ficam imediatamente a montante, durante Δt

M(k) = conjunto de nós localizados imediatamente a montante do nó k

e(k) = volume efluente do nó k durante Δt

$\psi(k)$ = conjunto de usuários que restituem no nó k

$\Omega(k)$ = conjunto de usuários que captam no nó k

φ_i = coeficiente de utilização do usuário i

Naturalmente, nós que não tenham reservatório são caracterizados por vi(k) = vm(k) = vf(k) = 0.

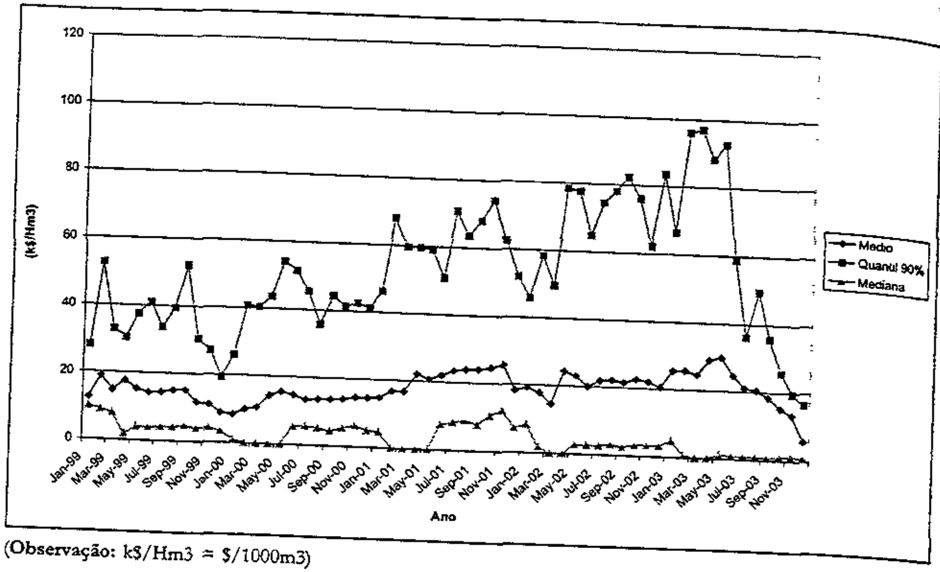
Estudo de caso

No Brasil os maiores reservatórios foram construídos pelo Setor Elétrico para regularizar os rios visando a produção de energia elétrica. O Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) é a entidade responsável pelo despacho das usinas geradoras, hidroelétricas e termoelétricas, considerando o sistema elétrico interligado na escala nacional. O ONS utiliza modelos computacionais que determinam o conjunto de decisões operativas que visam atender a demanda por energia da maneira mais econômica possível. O objetivo destes modelos é minimizar, ao longo de um horizonte de planejamento, o valor esperado dos custos operativos das usinas térmicas e os custos resultantes de racionamentos energéticos. O rápido deplecionamento dos reservatórios, objetivando aumentar a produção de energia hidroelétrica e consequentemente diminuir a produção de energia termoelétrica, nem sempre é vantajoso, já que expõe o sistema a futuros racionamentos.

A simulação da operação dos sistemas elétricos Norte-Nordeste através de um modelo semelhante ao utilizado pelo ONS permite relacionar o volume armazenado de qualquer reservatório destes sistemas ao seu valor da água, sob a ótica do Setor Elétrico. O valor da água é calculado neste modelo como a derivada parcial da função objetivo (custo térmico mais custo de racionamento) com respeito ao volume armazenado. Em outras palavras, o valor da água no reservatório, sob ponto de vista do Setor Elétrico, representa quanto o custo diminuiria caso estivesse disponível uma unidade adicional de volume no reservatório.

A Figura 8 mostra a variação do valor da água ao longo do quinquênio 1999-2003, para o caso do reservatório Sobradinho, no rio São Francisco, admitindo-se 60 cenários hidrológicos retirados da série histórica de vazões observada de 1931 a 1990. Como seria impossível visualizar 60 curvas, optou-se por apresentar apenas três curvas que representam a mediana, média e quantil 90% das 60 observações. Nota-se a alta assimetria: a mediana é da ordem de $\$5/1000m^3$, ao passo que o quantil 90% oscila em torno de $\$50/1000m^3$, quase chegando a atingir $\$100/1000m^3$, em abril de 2003.

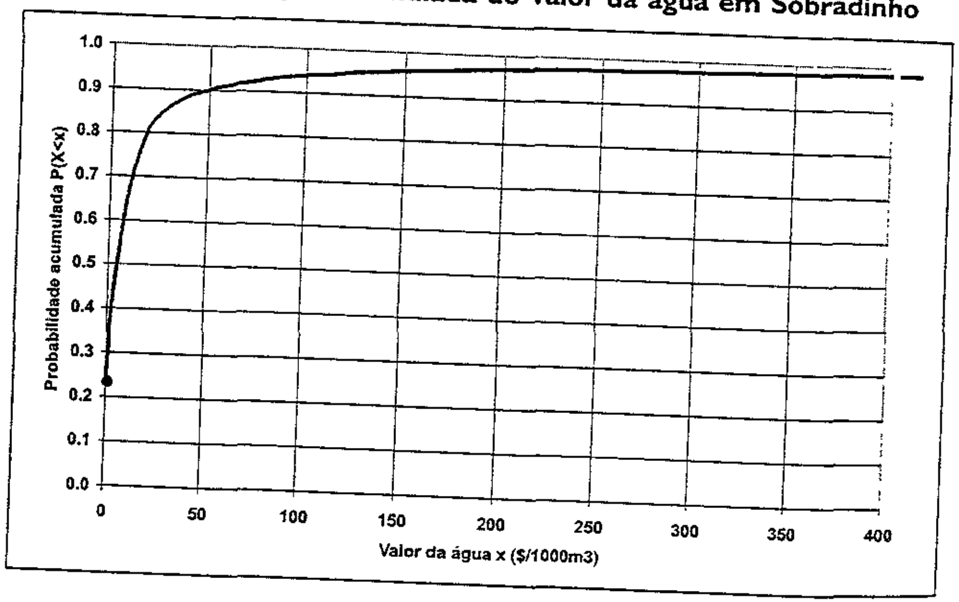
Figura 8 - Evolução do valor da água em Sobradinho



(Observação: k$/Hm3 = $/1000m3)

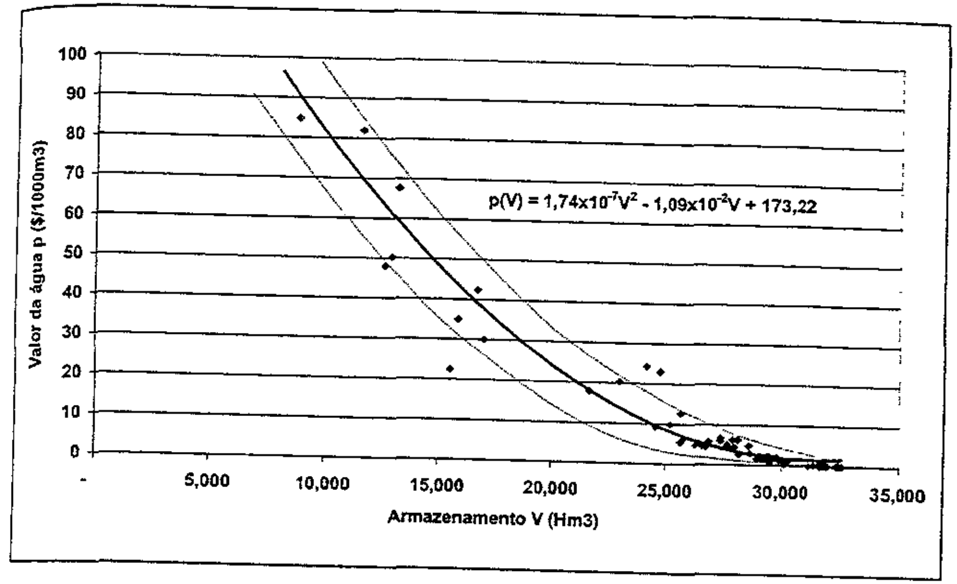
A Figura 9 mostra a distribuição acumulada de probabilidades para o valor da água X em Sobradinho. A probabilidade de que o valor da água seja nulo (reservatório cheio) é 0,24 e a de que seja inferior a $50/1000m^3 é cerca de 0,9.

Figura 9 – Distribuição acumulada do valor da água em Sobradinho



A Figura 10 sintetiza a informação para o ano 2000. Cada ponto do gráfico representa a média anual para o par "valor da água e volume armazenado". Observa-se que um polinômio de segundo grau ajusta bem aos pontos.

Figura 10 – Valor da água função do volume armazenado em Sobradinho



A equação da parábola na Figura 10 relaciona o valor da água com o estoque em Sobradinho para o Setor Elétrico (sistemas Norte-Nordeste). Conforme descrito, o cálculo foi feito por modelo matemático que parte da suposição de que a água nos reservatórios está à disposição do Setor para minimizar o custo de produção de energia elétrica na escala nacional. A consideração dos demais usuários poderia ser feita, sem grandes modificações de caráter conceitual. Entretanto, para todos os efeitos práticos, a Figura 10 poderia ser utilizada para fixação de preço da água. De acordo com o sistema de racionamento "benefício", todos os usuários com benefício unitário inferior ao preço da água deveriam ser racionados. Em contrapartida o preço pago pelos usuários não racionados seria utilizado para compensar financeiramente os racionados.