ESCOLHA DA VARIÁVEL DE ESTADO "TENDÊNCIA HIDROLÓGICA" NO CÁLCULO DA POLÍTICA ÓTIMA PARA OPERAÇÃO DE RESERVATÓRIOS

por

Jerson Kelman, Maria Elvira P. Maceira
CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

RESUMO — A política de operação a longo prazo do sistema hidrotérmico de geração brasileiro é calculada atualmente por um modelo de programação dinâmica estocástica (PDE). O algoritmo de PDE considera como variáveis de estado a energia armazenada no reservatório equivalente e, representando a "tendência hidrológica", a energia afluente ao reservatório no mês anterior.

Neste trabalho investiga-se o efeito da troca da variável de estado "tendência hidrológica", segundo sugestão de Stedinger, Sule e Loucks (1984): a energia afluente ao reservatório equivalente no mês anterior é substituída pela **previsão** da energia afluente ao reservatório no mês em curso. Esta previsão é feita com um modelo autoregressivo de ordem elevada (AR(p)) (Maceira, 1989), que se mostrou adequado para a representação de afluências.

A aplicação do algoritmo proposto, chamado de PDEP, é ilustrada no cálculo da política ótima de operação para a Região Sudeste do Brasil, discutindo-se o impacto da representação da tendência hidrológica por modelos mais sofisticados (AR(p)). Uma outra alternativa para PDE, que também utiliza a previsão de afluências como variável de estado, baseia-se em um algoritmo chamado programação dinâmica amostral (Maceira e Kelman, 1989).

INTRODUÇÃO

Em geral, para qualquer modelo de programação dinâmica, as variáveis que irão representar o estado do sistema devem afetar o custo futuro de operação. Para representar sistemas hidrotérmicos são necessárias, ao menos, as seguintes variáveis: nível de armazenamento dos reservatórios e a tendência hidrológica do sistema. Isto significa que a estratégia de operação deve ser calculada para todas as possíveis combinações entre níveis de reservatórios e tendência hidrológica. Para viabilizar computacionalmente o método são necessárias simplificações tanto a nível da descrição dos níveis de armazenamento quanto da tendência hidrológica. Por exemplo, suponha que o volume armazenado em cada reservatório seja representado por 20 valores discretos e a tendência hidrológica seja representada por apenas uma variável, discretizada também em 20 valores. Se o sistema possui n=4 reservatórios. existem $20^{2n} = 20^8$ combinações possíveis entre os estados armazenamento dos reservatórios e tendência hidrológica.

A solução para reduzir este crescimento exponencial do número de combinações é usar uma representação agregada do conjunto de reservatórios componentes do sistema, dada por um único reservatório e conhecida como representação por reservatório equivalente. Como a energia que pode ser produzida com o volume total de água armazenada no sistema depende da forma como está distribuída esta água, convém representar o estado de armazenamento agregado do sistema, ou seja, o armazenamento do reservatório equivalente, através da energia que pode ser produzida pelo deplecionamento total do sistema de reservatórios dado o armazenamento de água inicial. Como a queda de cada usina é função do nível do seu reservatório, a energia total que pode ser produzida depende das regras de operação deste deplecionamento hipotético. Uma regra de operação simplificada é descrita por Arvanidits e Rosing (1970). Empregando-se um procedimento similar para obter a energia correspondente as afluências às usinas obtem-se a representação do sistema hidroelétrico dado por um reservatório de energia que a cada intervalo de tempo sofre um deplecionamento correspondente à energia total gerada pelo sistema hidroelétrico e um re-enchimento dado pela energia correspondente às afluências hídricas no mesmo intervalo de tempo.

No modelo PDE, a tendência hidrológica é representada pela afluência ao reservatório equivalente no estágio anterior, o que equivale a assumir que as afluências ao sistema seguem um processo autoregressivo de ordem um (modelo AR(1)). Acreditava-se que esta formulação permitia uma solução de compromisso entre viabilidade computacional e representação da estrutura de correlação das afluências.

Uma crítica que se faz ao modelo AR(1) para representar o processo estocástico das afluências é que este modelo, em escala mensal, falha em representar as propriedades do processo em escala anual (Kelman, 1987). Como consequência, o modelo tende a atribuir probabilidades excessivamente baixas a secas de longa duração que efetivamente ocorreram no passado, como a de 1952-1956 na Região Sudeste. Daí suspeita-se que a estratégia obtida pela PDE possa ser considerada "otimista", no sentido que o seu uso implicaria em excessiva confiança nas afluências futuras e portanto numa sub-utilização das unidades térmicas do sistema. Uma tentativa de suplantar este problema seria, usando o mesmo esquema da PDE, representar o processo estocástico das afluências com modelos autoregressivos de ordens maiores que um, o que não é computacionalmente viável devido ao aumento que acarretaria no número de variáveis de estado. Nada impede, no entanto, que se utilize a melhor previsão para as afluências futuras (Stedinger, Sule e Loucks (1984) e Kelman et alii (1988)).

O objetivo deste trabalho é avaliar o efeito da utilização da previsão da afluência no mês em curso, feita com um modelo autoregressivo de ordem elevada, cujos parâmetros são periódicos.

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA

Caso as afluências futuras sejam desconhecidas, devemos utilizar um algoritmo de programação dinâmica que leve em conta a estocasticidade do sistema. O algoritmo de programação dinâmica estocástica (PDE), tem sido bastante aplicado (Bras, Buchanan e Curry (1983), Stedinger, Sule e Loucks (1984) e Terry et alii (1986)), e seu objetivo é identificar a política que minimiza o valor esperado do custo de operação ao longo do horizonte de planejamento.

Nos modelos em escala mensal, a dependência temporal entre as afluências é relevante e ela pode ser considerada no modelo através de uma variável de estado representativa da tendência hidrológica do sistema. A mais comum é a afluência no mês anterior, A_{t-1}.

A política ótima é determinada pela equação recursiva:

$$f_t(S_t, A_{t-1}) = \underset{R_t^*}{\mathrm{MIN}} \left\{ \underset{A_t \mid A_{t-1}}{E} \left[B(R_t, S_t, S_{t+1}, A_t) + \alpha \, f_{t+1}(S_{t+1}, A_t) \right] \right\} \tag{1}$$

sujeito a:

$$S_{t+1} = S_t + A_t - R_t \tag{2}$$

A defluência real R_t, para uma afluência A_t e uma meta de defluência R_t^*, é dada por:

$$R_t = \mathrm{MIN} \begin{cases} S_t + A_t - S_{min} & \text{(3.a)} \\ \mathrm{MAX}\,(S_t + A_t - S_{max}, R_t^*) & \text{(3.b)} \end{cases}$$

onde:

$\underset{A_t \mid A_{t-1}}{E}[\,.\,]$ representa o valor esperado do custo de operação, que depende da variável aleatória energia afluente ao reservatório equivalente durante o estágio (t), A_t, condicionada ao valor de A_{t-1}. S_{min} e S_{max} representam os limites inferior e superior ao reservatório equivalente, respectivamente.

α é a taxa de desconto.

S_t é o armazenamento no estágio (t).

Durante os últimos dez anos diversos pesquisadores investigaram a modelagem das afluências futuras ao reservatório como meio de melhorar a eficiência dos modelos de programação dinâmica (Verhaeghe (1977), Alarcon e Marks (1979), Bras, Buchanan e Curry (1983), Stedinger, Sule e Loucks (1984) e Kelman et alii (1988)). Em particular, Stedinger, Sule e Loucks (1984) sugerem o emprego da variável previsão das afluências futuras como variável de estado representativa da tendência hidrológica do sistema. Isto permite que o modelo de previsão seja tão sofisticado quanto se deseja, dando origem ao modelo PDEP.

A política ótima é determinada recursivamente por:

$$f_t(S_t, \hat{A}_t) = \underset{R^*}{\mathrm{MIN}} \left\{ \underset{A_t \mid \hat{A}_t}{E} \left[B(R_t, S_t, S_{t+1}, A_t) + \alpha \underset{\hat{A}_{t+1} \mid A_t, \hat{A}_t}{E} \left[f_{t+1}(S_{t+1}, \hat{A}_{t+1}) \right] \right] \right\} \tag{4}$$

sujeito a:

$$S_{t+1} = S_t + A_t - R_t$$

onde:

$E_{A_t | \hat{A}_t}[.]$ representa o valor esperado do custo de operação, que depende da variável aleatória A_t condicionada ao valor da previsão da energia afluente ao reservatório equivalente durante o estágio (t), $\hat{A}_t$, obtida no início do estágio (t).

$E_{\hat{A}_{t+1} | A_t, \hat{A}_t}$ representa o valor esperado do custo futuro de operação, que depende da variável aleatória $\hat{A}_{t+1}$ condicionada aos valores de A_t e $\hat{A}_t$.

A defluência real R_t, para uma afluência A_t e uma meta de defluência R_t^* é obtida por (3.a) e (3.b).

CÁLCULO DAS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO PRESENTES NO ALGORITMO DA PDEP

O modelo PDEP emprega duas distribuições de probabilidades que podem ser calculadas utilizando–se uma função distribuição de probabilidades acumulada (CDF):

A) Probabilidade da variável aleatória A_t, representada por L intervalos ($IA(l)$, l=1,...,L), pertencer ao l–ésimo intervalo, $IA(l)$, condicionado ao valor da previsão da afluência ao reservatório durante o estágio (t), $\hat{A}_t$.

$$P_t^* (A_t \in IA(l) \mid \hat{A}_t = \hat{a}_t)$$

Supondo que as variáveis A_t e $\hat{A}_t$ sejam descritas por uma distribuição bivariada Log–Normal (três parâmetros), pode–se aplicar a transformação logarítma à série de energias afluentes ao reservatório equivalente, e então as variáveis $L(A_t)$ e $L(\hat{A}_t)$ serão descritas pela correspondente distribuição bivariada Normal. Trabalhando no domínio dos logarítmos (L(.)), a densidade de probabilidade de $L(A_t)$ condicionada ao valor $L(\hat{A}_t) = L(\hat{a}_t)$ têm a seguinte forma:

$$p_t (L(A_t) \mid L(\hat{A}_t) = L(\hat{a}_t)) = (2\pi\sigma^2)^{-0,5} \, EXP[-0,5 \; \sigma^{-1} (L(A_t) - \mu)^2] \qquad (5)$$

Os momentos condicionais μ e σ^2 são dados por:

$$\mu = \mu_{L(A_t)} + \beta \left[L(\hat{a}_t) - \mu_{L(\hat{A}_t)}\right] \qquad (6)$$

$$\sigma^2 = \sigma^2_{L(A_t)} - \beta^2 \, \sigma^2_{L(\hat{A}_t)} \qquad (7)$$

$$\beta = COV\,[L(A_t),L(\hat{A}_t)] \,/\, \sigma^2_{L(\hat{A}_t)} \tag{8}$$

$\mu_{L(A_t)}$ e $\sigma^2_{L(A_t)}$ são o valor esperado e a variância de $L(A_t)$ respectivamente. Por sua vez $\mu_{L(\hat{A}_t)}$ e $\sigma^2_{L(\hat{A}_t)}$ são os correspondentes para $L(\hat{A}_t)$.

A probabilidade condicional $P_t\,(L(A_t) \in ILA(l)\;|\;L(\hat{A}_t) = L(\hat{a}_t))$ é obtida através da função distribuição de probabilidade Normal acumulada (CDF), que está tabelada.

B) Probabilidade da variável aleatória previsão da afluência ao reservatório durante o estágio (t+1), $\hat{A}_{t+1}$, representada por N intervalos ($I\hat{A}(n)$, n = 1,...,N), pertencer ao n–ésimo intervalo, $I\hat{A}(n)$, condicionado aos valores da afluência ao reservatório e de sua previsão durante o estágio (t), A_t e $\hat{A}_t$.

$$P_{t+1}\,(\hat{A}_{t+1} \in I\hat{A}(n)\;|\;A_t = a_t,\, \hat{A}_t = \hat{a}_t)$$

Se as variáveis $\hat{A}_{t+1}$, A_t e $\hat{A}_t$ podem ser descritas por uma distribuição trivariada Log–Normal (três parâmetros), as variáveis $L(\hat{A}_{t+1})$, $L(A_t)$ e $L(\hat{A}_t)$ serão descritas pela distribuição trivariada Normal correspondente. A densidade de probabilidade condicionada toma a forma de:

$$p_t\left[L(\hat{A}_{t+1})\;|\;L(A_t)=L(a_t),\, L(\hat{A}_t)=L(\hat{a}_t)\right] = (2\pi\sigma^2)^{0,5}\, EXP[-0,5\;\sigma^{-1}\,(L(\hat{A}_t) - \mu)^2] \tag{9}$$

Os momentos condicionais μ e σ^2 são obtidos a partir do seguinte procedimento:

Seja o vetor aleatório $\underset{\sim}{X}^t = \left[\, X_1^t\; X_2^t \,\right]$ com média $\underset{\sim}{\mu}^t = \left[\, \mu_1^t\; \mu_2^t \,\right]$ e matriz covariância $\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12}^t & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$.

Deseja–se determinar a densidade de probabilidade $\phi\,(\underset{\sim}{X}_1\,|\,\underset{\sim}{X}_2)$.

O vetor de médias e a matriz covariância desta distribuição são dadas por:

$$\text{MÉDIA:}\qquad \underset{\sim}{\mu}_1 + \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,(\underset{\sim}{X}_2 - \underset{\sim}{\mu}_2) \tag{10}$$

$$\text{COVARIÂNCIA:}\quad \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{12}^t \tag{11}$$

Fazendo $X_1^t = [\hat{A}_{t+1}]^t$ e $X_2^t = [A_t\;\hat{A}_t]^t$, temos que:

$$\underset{\sim}{\mu}^t = \left[\mu_{\hat{A}_{t+1}} \; \mu_{A_t} \; \mu_{\hat{A}_t} \right]^t \quad (12)$$

$$\Sigma_{22} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\hat{A}_t} & COV[A_t, \hat{A}_t] \\ COV[A_t, \hat{A}_t] & \sigma^2_{\hat{A}_t} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Sigma_{12} = \begin{bmatrix} COV[A_t, \hat{A}_{t+1}] \\ COV[\hat{A}_t, \hat{A}_{t+1}] \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\Sigma_{11} = \left[\sigma^2_{\hat{A}_{t+1}} \right] \quad (15)$$

Substituindo–se (12) a (15) em (10) e (11) obtem–se a média e a covariância condicionais (μ e σ^2).

MODELO DE PREVISÃO: PAR(P)

Séries hidrológicas de intervalo de tempo menor que o ano, tais como séries mensais, têm como característica o comportamento periódico das suas propriedades probabilísticas, como por exemplo a média, a variância, a assimetria e a estrutura de autocorrelação. A análise deste tipo de séries pode ser feita pelo uso de formulações autoregressivas cujos parâmetros apresentam um comportamento periódico. A esta classe de modelos costuma–se denominar de modelos autoregressivos periódicos (Salas et alii, 1980). Estes modelos são referenciados por modelos PAR (p), onde p é a ordem do modelo, ou seja, o número de termos autoregressivos do modelo. Em geral, p é um vetor, p = (p_1, p_2,..., p_s) onde cada elemento fornece a ordem de cada período.

O modelo PAR(p_1, p_2,..., p_s) pode ser descrito matematicamente por:

$$\Phi_m(B) \left[\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m} \right] = a_t \quad (16)$$

onde:

Z_t	é uma série sazonal de período s
t	é o índice do tempo, t=1,2,...,sN, função do ano T (T=1,2,...,N) e do período m (m=1,2,...,s)
s	é o número de períodos (s=12 para séries mensais)
N	é o número de anos
μ_m	é a média sazonal de período s
σ_m	é o desvio–padrão sazonal de período s
$\Phi_m(B)$	é o operador autoregressivo de ordem p_m do período m

$\Phi^m(B) = (1. - \phi_1^m B - \phi_2^m B^2 - ... - \phi_p^m B^{p_m})$,
B^i aplicado a Z_t resulta em Z_{t-i} $(B^i.Z_t = Z_{t-i})$

p_m é a ordem do operador autoregressivo do período m

a_t. série de ruídos independentes com distribuição normal, média zero e variância $\sigma_a^{2(m)}$

Seja $\rho^m(k)$ a correlação entre Z_t e Z_{t-k}, para t no período m:

$$\rho^m(k) = E\left[\left[\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m}\right]\left[\frac{Z_{t-k} - \mu_{m-k}}{\sigma_{m-k}}\right]\right] \quad (17)$$

O conjunto de funções de autocorrelação $\rho^m(k)$ dos períodos m=1,s, descrevem a estrutura de dependência temporal da série. Pode-se mostrar que:

$$\rho^m(k) = \phi_1^m \rho^{m-1}(k-1) + \phi_2^m \rho^{m-2}(k-2) + ... + \phi_{p_m}^m \rho^{m-p_m}(k-p_m) \quad (18.a)$$

Conhecido os parâmetros de um modelo PAR(p) as funções $\rho^m(k)$ são dadas pela solução da equação (18.a), e podem ser expressas por uma combinação de ondas senoidais e decaimentos exponenciais, o que faz com que cada $\rho^m(k)$ tenda suavemente a zero a medida que k cresce.

A equação (18) pode ser escrita da forma:

$$\Phi^m(B)\,\rho^m(k) = 0 \quad (18.b)$$

onde B opera simultaneamente sobre os índices ρ e m de $\rho^m(k)$.

Fixando-se m e variando k de 1 a p_m em (18.a) obtemos para cada período um conjunto de equações comumente denominado de equações de Yule-Walker.

Chamando ϕ_{kj} o j-ésimo parâmetro autoregressivo de um processo autoregressivo de ordem k, ϕ_{kk} é o último parâmetro deste processo. As equações de Yule-Walker para cada período m podem ser escritas na forma:

$$\begin{bmatrix} 1. & \rho^{m-1}(1) & ... & \rho^{m-k+1}(k-1) \\ \rho^{m-1}(1) & 1. & ... & \rho^{m-k+2}(k-2) \\ . & . & ... & . \\ . & . & ... & . \\ . & . & ... & . \\ \rho^{m-k+1}(k-1) & \rho^{m-k+2}(k-2) & ... & 1. \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1}^m \\ \phi_{k2}^m \\ . \\ . \\ . \\ \phi_{kk}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho^m(1) \\ \rho^m(2) \\ . \\ . \\ . \\ \rho^m(k) \end{bmatrix} \quad (19)$$

A função, ϕ_{kk}^{m} definida em função do índice k, é chamada de função autocorrelação parcial para o período m. O conjunto de funções ϕ_{kk}^{m}, m = 1,s, é uma outra forma de representar a estrutura de dependência do processo estocástico ao longo do tempo. Em um processo autoregressivo de ordem p_m, a função de autocorrelação parcial ϕ_{kk}^{m} será diferente de zero para k menor ou igual a p_m e zero para k maior que p_m.

Ajuste do modelo

Box e Jenkins (1970) sugeriram uma metodologia bastante elaborada para ajuste de modelos estocásticos da família ARIMA a séries temporais, que pode ser extendida para modelos da família PAR(p). Nesta metodologia a estratégia de seleção do modelo é dividida em três etapas. A primeira etapa, denominada por Box e Jenkins de **identificação do modelo**, consiste em escolher, tentativamente, a ordem do modelo baseando-se em estimativas das funções $\rho^{m}(k)$ e ϕ_{kk}^{m} obtidas a partir da série amostral. Na modelagem autoregressiva periódica isso consiste em escolher o vetor p. A segunda etapa refere-se a **estimação do modelo**, ou seja, estimação dos seus parâmetros, sendo em geral recomendado o uso de estimadores de máxima verossimilhança ou suas aproximações. A terceira etapa diz respeito a **verificação do modelo**, isto é, verificar através de testes estatísticos se as hipóteses assumidas durante as etapas anteriores são atendidas. Se as hipóteses não são verificadas deve-se retornar à primeira etapa até que os resultados sejam satisfatórios.

Ressalta-se que esta estratégia pode muitas vezes resultar em mais de um modelo capaz de descrever o processo estocástico em estudo. Mais ainda, modelos que não pertençam à família analisada podem ser mais apropriados. Nestes casos a seleção do modelo mais adequada pode ser feita submetendo-os a testes de aplicação similares aos usados em Kelman et alii (1978) e em Oliveira et alii (1985). Por exemplo, se o objetivo do estudo é previsão de valores futuros de uma série temporal, podemos realizar um teste de performance de previsão com os modelos selecionados a partir de um outro conjunto de dados não utilizados na etapa de ajuste dos modelos.

Identificação — A identificação do modelo consiste em determinar as ordens mais apropriadas dos operadores autoregressivos de cada período p_m, m=1,s. Isto pode ser feito obtendo-se estimativas $\hat{\phi}_{kk}^{m}$, k=1, N/4, substituindo em (19) $\rho^{m}(j)$, j=1,k pelos respectivos valores amostrais. Se a ordem do operador autoregressivo de um período qualquer m é p_m então $\hat{\phi}_{kk}^{m}$ para $k > p_m$ tem distribuição aproximadamente Normal com média zero e variância N^{-1} (Noakes, McLeod e Hipel (1983)). Para cada período m procura-se o maior lag i tal que todos as estimativas $\hat{\phi}_{kk}^{m}$ para k > i não sejam mais significativas. A ordem i é uma boa estimativa inicial para p_m.

Estimação — Após a etapa de identificação é necessário obter estimativas para os diversos parâmetros do modelo. Para modelos autoregressivos os estimadores de momento são em geral bastante eficientes (Harvey, 1981).

Os parâmetros ϕ_i^m , i=1, p_m, são estimados substituindo–se no conjunto de equações de Yule–Walker $\rho^{m-j}(k)$, j = 0, $(p_m - 1)$, k=1, p_m, por suas estimativas amostrais.

O sistema de equações resultantes do período m é descrito por:

$$\begin{bmatrix} 1. & \hat{\rho}^{m-1}(1) & \cdots & \hat{\rho}^{m-p_m+1}(p_m-1) \\ \hat{\rho}^{m-1}(1) & 1. & \cdots & \hat{\rho}^{m-p_m+2}(p_m-2) \\ . & . & \cdots & . \\ . & . & \cdots & . \\ . & . & \cdots & . \\ \hat{\rho}^{m-p_m+1}(p_m-1) & \hat{\rho}^{m-p_m+2}(p_m-2) & \cdots & 1. \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1^m \\ \hat{\phi}_2^m \\ . \\ . \\ . \\ \hat{\phi}_{p_m}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}^m(1) \\ \hat{\rho}^m(2) \\ . \\ . \\ . \\ \hat{\rho}^m(p_m) \end{bmatrix}$$

Observa–se que os parâmetros do modelo para o m–ésimo período podem ser estimados de maneira independente dos parâmetros de qualquer outro período.

Cada um dos m sistemas resultantes pode ser resolvido por Decomposição de Cholesky.

Verificação — Estimados os parâmetros é necessário testar a adequação do modelo, isto é, verificar se as hipóteses assumidas foram satisfeitas.

<u>Hipótese de normalidade dos ruídos</u> — Esta hipótese pode ser testada calculando–se as assimetrias sazonais, $\hat{\gamma}_a^m$.

Como o estimador da assimetria tem aproximadamente distribuição Normal com média zero e variância $6N^{-1}$ (Snedecor e Cochran, 1967), sempre que $|\hat{\gamma}_a^m| > n_\alpha (6N^{-1})^{1/2}$ rejeita–se a hipótese de que a distribuição dos ruídos é Normal ao nível de significância α. Este teste é preciso para N > 150. Para amostras menores, os mesmos autores sugerem comparar $\hat{\gamma}$ com um valor tabelado $\gamma_\alpha(N)$ que depende não somente do nível de significância α como também do tamanho da amostra N.

<u>Hipótese de independência dos ruídos</u> — Esta hipótese pode ser testada calculando–se as autocorrelações sazonais dos ruídos $r_a^{(m)}(k)$.

Se o modelo é adequado $r_a^{(m)}(k)$ tem aproximadamente distribuição Normal com média zero e variância menor que N^{-1} e as estatísticas de Portmanteau, dadas por:

$$Q_{m,l} = N \sum_{j=1}^{L} (\hat{r}_a^{(m)}(j))^2 + \frac{L(L+1)}{2N} \qquad m=1,\ldots,s \qquad (21)$$

são assintoticamente independentes e têm distribuição Quiquadrado com ($L-p_m$) graus de liberdade (Noakes, McLeod, Hipel (1985)).

Um valor significativamente alto para $Q_{m,l}$ indica que a modelagem do período m não está adequada. Neste caso deve-se ou procurar variar a ordem para mais ou para menos, ou retirar alguns termos autoregressivos do modelo até se obter ruídos independentes. Neste processo é sempre útil analisar as funções de autocorrelação parcial amostrais.

O modelo deve também ser testado em conjunto usando-se a estatística agregada:

$$Q_l = \sum_{m=1}^{N} Q_{m,l} \qquad (22)$$

tendo Q_l distribuição Quiquadrado com $\sum_{m=1}^{s} (l-p_m)$ graus de liberdade.

Maceira (1989) apresenta maiores detalhes sobre o assunto, bem como uma tabela contendo os parâmetros ϕ_k^m, $k=1,p_m$, $m=1,s$, para o modelo equivalente da região Sudeste do Brasil.

ESTUDO DE CASO

O modelo PDEP permite a utilizacão de modelos mais complexos do que o modelo AR(1) para a definicão da variável de estado tendência hidrológica, em particular a família de modelos autoregressivos periódicos, PAR(p), cuja ordem do modelo pode variar entre estágios, bem como assumir valores maiores que um. Para este estudo compara-se o modelo PDE com o modelo PDEP.

A política ótima de operação foi obtida para o sistema hidrotérmico da Região Sudeste do Brasil, considerando-se o registro histórico de energias afluentes ao reservatório equivalente, entre os anos 1931 e 1980, produzido a partir de uma configuração estática com base em dezembro de 1984. A Tabela (1) apresenta as usinas componentes do sistema hidroelétrico e a potência instalada correspondente (em MW). Consta da Tabela (2) os reservatórios considerados na aproximação por reservatório equivalente, conjuntamente com os dados de produtibilidade (em MW/(m³/s)) e energia armazenada.

O custo esperado de operação ao longo do horizonte de planejamento é dado pelo custo das unidades térmicas mais penalidades pelo não-atendimento da demanda de energia, traduzida pelo custo do deficit. A Tabela (3) fornece o custo de operação e a capacidade de geração das unidades térmicas consideradas, bem como o custo de deficit adotado. Por simplificação, foi assumido que as unidades térmicas operam na base.

Foi considerada também a possibilidade de racionamento preventivo de até 20% do mercado mensal. O racionamento preventivo comporta–se como uma unidade térmica de custo mais elevado (Kelman, 1987). Neste estudo adota–se a média aritmética entre a unidade térmica mais cara e o custo de deficit. A taxa de desconto adotada é $\alpha = 0{,}991$.

A variável de estado energia armazenada foi discretizada em catorze intervalos, sendo que a metade inferior foi discretizada em intervalos mais finos. O reservatório equivalente tem capacidade máxima de 82492,8 MW.mês e capacidade mínima nula.

O horizonte de planejamento típico para o cáculo da política ótima de operação para o sistema hidrotérmico brasileiro é cinco anos, distretizado em meses. A variável de estado representativa da tendência hidrológica do sistema foi discretizada em três valores de tal forma que esta discretização preserve os momentos da distribuição Log–Normal três parâmetros. Ajustou–se também, a distribuição Log–Normal três parâmetros à afluência energética condicionada à variável de estado "tendência hidrológica". A energia afluente no estágio foi discretizada em quarenta intervalos.

Uma vez obtida a política ótima de operação deste sistema hidrotérmico da Região Sudeste do Brasil, pelos modelos PDE e PDEP, passou–se à simulação deste mesmo sistema a partir da série sintética de afluências energéticas produzida pelo modelo DESAG (Kelman et alii, 1978). Neste modelo o processo anual de afluências é representado por um modelo autoregressivo de ordem unitária estacionário e, em seguida, é desagregado em afluências mensais.

Em cada uma das simulações foi contabilizado o custo anual de operação do sistema.

Este estudo foi realizado para diferentes valores do mercado e considerando–se ou não a possibilidade de racionamento preventivo do sistema, a saber:

CASO I	mercado consumidor sem racionamento	= 11000 MW.mês
CASO II	mercado consumidor sem racionamento	= 12000 MW.mês
CASO III	mercado consumidor sem racionamento	= 13000 MW.mês
CASO IV	mercado consumidor com racionamento	= 12000 MW.mês
CASO V	mercado consumidor com racionamento	= 13000 MW.mês

USINA	POTÊNCIA INSTALADA (MW)
MASCARENHAS	123,0
SALTO GRANDE	104,0
PEREIRA PASSOS	100,0
LAJES	0,0
FONTES	158,0
ILHA DOS POMBOS	164,0
NILO PEÇANHA	380,0
FUNIL	222,0
SANTA BRANCA	0,0
PARAIBUNA	85,0
JAGUARI	28,0
HENRY BORDEN	880,0
BILLINGS	0,0
CAPIVARA	640,0
LUCAS N. GARCEZ	72,0
XAVANTES	416,0
A. A. LAYDNER	98,0
JUPIÁ	1414,0
IBITINGA	132,0
A. S. LIMA	144,0
CACHOEIRA DOURADA	439,0
A. S. OLIVEIRA	32,0
EUCLIDES DA CUNHA	108,0
CACONDE	80,0
PORTO COLOMBIA	328,0
VOLTA GRANDE	380,0
JAGUARA	400,0
ESTREITO	1104,0
ITUTINGA	54,0
NAVANHANDAVA	202,0
TRÊS MARIAS	396,0
PROMISSÃO	264,0
BARRA BONITA	140,0
ILHA SOLTEIRA	3240,0
SÃO SIMÃO	1680,0
ITUMBIARA	2280,0
EMBORCAÇÃO	1192,0
ÁGUA VERMELHA	1380,0
M. DE MORAES	478,0
FURNAS	1312,0
CAMARGOS	48,0

Tabela 1 – Potência instalada das usinas componentes da configuração – Região Sudeste

Reservatório	Produtibilidade (MW/(m³/s))	E.Armaz. (MW.mês)
LAGES	2,6868	459,7
FUNIL	3,4834	802,6
SANTA BRANCA	3,4834	404,0
PARAIBUNA	4,1711	4108,6
JAGUARI	3,9647	1195,4
BILLINGS	6,1233	2810,2
CAPIVARA	0,3577	778,5
XAVANTES	1,1295	1306,0
A. A. LAYDNER	1,4141	1701,8
CACONDE	3,2482	622,5
TRÊS MARIAS	0,4200	2440,0
PROMISSÃO	0,6596	533,7
BARRA BONITA	1,1784	1149,7
ILHA SOLTEIRA	0,5581	2722,2
SÃO SIMÃO	1,1488	2437,3
ITUMBIARA	2,0594	9751,9
EMBORCAÇÃO	2,9537	14061,9
A. VERMELHA	1,0110	1987,1
MARIMBONDO	1,4843	2968,6
M. DE MORAES	3,2170	3058,0
FURNAS	3,9718	26001,0
CAMARGOS	4,3839	1120,1

Tabela 2 – Produtividade e energia armazenada dos reservatórios considerados na aproximação por reservatório equivalente–Região Sudeste

UNIDADES TÉRMICAS	CUSTO US$/MW.mês	GERAÇÃO MW.mês
SANTA CRUZ	4320	560
NUCLEAR	5760	394
PIRATININGA	5760	456
IGARAPÉ	7200	112
ÓLEO	17280	79
DEFICIT	162000	–

Tabela 3 – Custo de operação e geração média das unidades térmicas

A Tabela (4) apresenta o custo anual de operação do sistema, o risco de déficit (em excesso ao racionamento preventivo) em um ano qualquer e a diferença percentual do custo anual conseguida entre os modelos PDE e PDEP. A simulação foi realizada para um período de 999 anos, sem considerar desconto ($\alpha = 1,0$).

		PDE	PDEP
CASO I M = 11000 Sem Rac.	Custo D.Custo R.Anual	58,3 – 2%	55,0 –5,7% 2%
CASO II M = 12000 Sem Rac.	Custo D.Custo R.Anual	162,0 – 7%	152,9 –5,6% 7%
CASO III M = 13000 Sem Rac.	Custo D.Custo R.Anual	432,2 – 22%	422,8 –2,2% 26%
CASO IV M = 12000 Com Rac.	Custo D.Custo R.Anual	122,8 – 4%	114,7 –6,5% 3%
CASO V M = 13000 Com Rac.	Custo D.Custo R.Anual	315,0 – 10%	303,3 –3,7% 7%

Tabela 4 – Resultados da simulação
Custo anual em 10^6 US\$/ano

Na opção "com racionamento" a ocorrência de corte de energia para fins de racionamento não configura ocorrência de deficit.

Observa–se que a troca da variável de estado ocasiona uma melhora de 2,2% a 6,5% na função objetivo, sem alterar significativamente o risco de deficit (com excessão do caso III, que está associado a um mercado irrealisticamente alto).

CONCLUSÃO

Para o sistema hidrotérmico da região Sudeste do Brasil é recomendável que a variável de estado "tendência hidrológica" seja a previsão da energia afluente no mês em curso, obtida pela aplicação do modelo PAR(p), em substituição à energia afluente no mês anterior, atualmente em uso pelo Setor Elétrico.

REFERÊNCIAS

ALARCON, L., MARKS, D., "A Stochastic Dynamic Programming Model for the Operation of the High Aswan Dam", Tech. Rep. 246, Ralph M. Parsons Lab., Dept. of Civ. Eng., Mass. Inst. of Technol., Cambridge, 1979.

ARVANIDITIS, N.V., ROSING, J., "Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 2, 1970.

BOX, G.E.P., JENKINS, G.M., "Time Series Analysis – Forecasting and Control", Holden–Day, 1970.

BRAS, R.L., BUCHANAN, R.B., CURRY, K.C., "Real Time Adaptive Closed Loop Control of Reservoirs with the High Aswan Dam as a Case Study", Water Resources Research, 19(1), 33–52, 1983.

HARVEY, A.C., "Time Series Models", P. Allan, 1981.

KELMAN, J., OLIVEIRA, G.C., PEREIRA, M.V.F., COSTA, C.C.G., "Modelo de Séries Hidrológicas", Relatório Técnico, CEPEL, No.334/78, 1978.

KELMAN, J., "Modelos Estocásticos no Gerenciamento de Recursos Hídricos". Modelos para Gerenciamento de Recursos Hídricos – Coleção ABRH de Recursos Hídricos, Volume 1, Nobel/ABRH, 1987.

KELMAN, J., STEDINGER, J.R., COOPER, L.A., HSU, E., YUAN, S.Q., "Sampling Stochastic Dynamic Programming Applied to Reservoir Operation", submetido a Water Resources Research, 1988.

MACEIRA, M.E.P., "Operação Ótima de Reservatórios com Previsão de Afluências", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Março, 1989.

MACEIRA, M.E.P., "Programação Dinâmica Amostral Aplicada a Operação de Reservatórios", X SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Curitiba, Brasil, 1989.

NOAKES, D.J., McLEOD, A.I., HIPEL, K.W., "Forecasting Seasonal Hydrological Time Series", Technical Report, Dept. of Statistical and Actuarial Sciences, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1983.

NOAKES, D.J., McLEOD, A.I., HIPEL, K.W., "Forecasting Monthly Riverflow Time Series", International Journal of Forecasting, 1, pp.179–190, 1985.

OLIVEIRA, G.C., COSTA, J.P., DAMAZIO, J.M., KELMAN, J., "Multivariate Weekly Streamflow Forecasting Model, IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems, Rio de Janeiro, Brasil, 1985.

SALAS, J.D., DELLEUR, J.W., YEVJEVICH, V., LANE, W.L., "Applied Modeling of Hydrologic Time Series", Water Resources Publications, 1980.

SNEDECOR, G.W., COCHRAN, W.G., "Statistical Methods", The Iowa State University Press, Iowa, 1967.

STEDINGER, J.R., SULE, B.F., LOUCKS, D.P., "Stochastic Dynamic Programming Models for Reservoir Operation Optimization", Water Resources Research, Vol.20, No.11, 1499–1505, 1984.

TERRY, L.A., PEREIRA, M.V.F., ARARIPE NETO, T.A., SILVA, L.F.C.A., SALES, P.R.H., "Coordinating the Energy Generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System", Interfaces, No. 16, Jan–Feb, 1986.

VERHAEGHE, R., "On the Determination of Stochastic Reservoir Operating Strategies Incorporating Short– and Long–Term Information in Real Time", Ph.D. Dissertation, Mass. Inst. of Technology, Cambridge, 1977.